جمهورية العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للمناهج

8

الجزء الاول

سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

الرياضيات

للصف الثاني المتوسط

المؤلفون

د. أمير عبد المجيد جاسم	د. أحمد مولود عبد الهادي
د. طارق شعبان رجب	د. تغريد حر مجيد
حسين صادق كاظم	مروة فليح حسن

شاكر حمود معيوف

الطبعة الرابعة

١٤٤٣هـ / ٢٠٢١ م

المشرف العلمي على الطبع
مروة فليح حسن

المشرف الفني على الطبع
محمد سعدي عزيز

بنيت وصممت (سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة) على أيـــدي فريق من المتخصصين في وزارة التربية / المديرية العامة للمناهـج وبمشاركة متخصصين من أستاذة الجامعات في وزارة التعليم العالي والبحث العلمي على وفق المعايير العالمية لتحقق أهداف بناء المنهج الحديث المتمثلة في جعل الطلاب:

- متعلميـن ناجحيـن مـدى الحيـاة.
- افـــراداً واثقيـــن بأنفسهـم.
- مواطنين عراقيين يشعرون بالفخر.

مصمم الكتـــاب
هبـــة صلاح مهدي

تصميم الغلاف والرسوم
ساره خليل إبراهيم

الموقع والصفحة الرسمية للمديرية العامة للمناهج





المقدمة

تُعَدُّ مادةُ الرياضياتِ مِنَ الموادِ الدراسيةِ الأساسيةِ التي تُساعدُ الطالبَ على اكتسابِ الكفاياتِ التعليمية اللازمةِ لهُ، لتَنميةِ قُدراتهِ على التفكيرِ وَحل المشكلاتِ، ويساعدهُ على التعاملِ معَ المواقفِ الحياتية المختلفةِ.

وَمِنْ مُنطَلَقِ الاهتمامِ الذي تُوليه وزارةُ التربية متمثلةً بالمديريةِ العامةِ للمناهجِ لتطويرِ المناهج بصورةٍ عامة ولاسيما مناهجِ الرياضياتِ لكي تواكبَ التطوراتِ العلميةَ والتكنولوجيةَ في مجالاتِ الحياةِ المختلفة، فَقَدْ وضِعت خطة لتأليفِ سلسلة كُتبِ الرياضيات للمراحل الدراسية الثلاثِ، وأُنجزتْ منها كتبُ المرحلة الابتدائيةِ وَبَدأ العمل على استكمال السلسلة بتأليفِ كتبِ المرحلةِ المتوسطةِ.

إنَ سلسلةَ كتبِ الرياضياتِ العراقية الجديدة ومن ضمنَ الإطارِ العام للمناهج تُعززُ القيم الاساسية التي تتمثل بالالتزامِ بالهويةِ العراقيةِ والتسامحِ واحترامِ الرأي والرأي الآخر والعدالةِ الاجتماعية، وتوفير فرص متكافئةٍ للتميزِ والإبداع، كما تعملْ على تعزيزِ كفاياتِ التفكيرِ والتعلمِ والكفاياتِ الشخصيةِ والاجتماعية وكفاياتِ المواطنةِ والعملِ.

بُنيَتْ سلسلةُ كتبِ الرياضياتِ العراقيةِ على محوريةِ الطالب في عمليتي التَعليم والتَعَلُم وَعَدة المحورَ الرئيسَ في العمليةِ التربويةِ على وفقِ المعاييرِ العالميةِ.

تَميزَتْ سلسلةُ كتبِ الرياضياتِ العراقيةِ للمرحلةِ المتوسطةِ في تنظيمِ الدروسِ على ستِ فقراتٍ: تَعَلَّمْ، تَأكدْ منِ فهمِكَ ، تَدرَبْ وَحِلّ التمرينات ، تَدرَبْ وحِلّ مسائلَ حياتيةً ، فَكِّرْ ، أُكتبْ.

يأتي كتابُ الرياضياتِ للصفِ الثاني المتوسطِ مشتملاً على أربعة محاور أساسية: محورُ الأعدادِ والعملياتِ ، ومحورُ الجبرِ ، ومحور الهندسة والقياس، ومحورُ الإحصاءِ والاحتمالاتِ من ضِمنَ الأوزان النسبية لكل محور، وَتَضَمَن الكتابُ جزأين: الجزء الأول وهو مخصصٌ للفصل الدراسي الأول ويحتوي على أربعة فصول لكل فصلٍ تمريناته، أما الجزء الثاني فهو مُخصصٌ للفصل الدراسي الثاني ويحتوي على ثلاثة فصولٍ ولكل فصلٍ تمريناته.

تَتَميزُ هذهِ الكتبُ بأنها تعرضُ المادةُ بأساليبَ حديثةٍ، تَتَوفرُ فيها عناصر الجذبِ والتشويقِ، التي تُساعدُ الطالبَ على التفاعلِ معها، عن طريق ما تُقدِمهُ من تدريباتٍ وتمريناتٍ ومسائلَ حياتيةٍ، فضلاً عن ذلك وَضعتْ تمريناتُ الفصول في نهاية الكتابِ وهي تَخْتلفُ عن التدريباتِ والتمريناتِ في الدروسِ وذلكَ لكونها موضوعية فالإجابة عنها تكون عن طريق اختيارٍ من متعددٍ وهذا بدورهِ يهيِّئ الطالبَ للمشاركةِ في المسابقاتِ الدوليةِ.

يمثلُ هذا الكتاب امتداداً لسلسلةِ كُتبِ الرياضيات المطورةِ للمرحلةِ الابتدائيةِ ودعامةً من دعائمِ المنهجِ المطورِ في الرياضياتِ إلى جانبِ دليلِ المدرسِ، وعليه نأملُ أنْ يُسْهِمَ تَنفيذُها في اكتسابِ الطلابِ المهاراتِ العلمية والعملية وَتنميةِ ميولهم لدراسةِ الرياضيات.

اللهم وفقنا لخدمةِ عراقِنا العزيز وأبنائِهِ ...

المؤلفون

الفصلُ 1

الأعدادُ النسبيةُ The Rational Numbers



الحُوتُ الأزْرَق، أو المَنَارَة (الاسم العلمي: Balaenoptera musculus) هو حيوانٌ ثديٌّ بحريٌّ ينتمي إلى تحت رتبة الحيتان البالينية، وبسبب طوله البالغ 30 متراً ووزنه البالغ 170 طناً أو أكثر، فإنه يُعد أكبر الحيوانات المعروفة على الإطلاق، كان أكبر تجمع للحيتان الزرق قبل عمليات صيد الحيتان في المنطقةِ القطبية الجنوبيةِ، إذ بلغ عددها قرابة 2.39×10^5 حوت. هل تستطيعُ كتابةِ عدد الحيتانِ بالصورةِ الرقمية؟

Pretest الاختبار القبلي

عبرْ عنِ الاعدادِ التاليةِ بصيغةِ كسرٍ اعتياديٍّ:

1 $9 = ...$ 2 $2.3 = ...$ 3 $0.29 = ...$ 4 $1.4 = ...$ 5 $6.1 = ...$

قارنْ بين الاعدادِ النسبيةِ مستعملاً الرموز (<، >، =) :

6 $\frac{11}{25} \square \frac{6}{10}$ 7 $\frac{5}{6} \square \frac{8}{15}$ 8 $\frac{7}{16} \square \frac{25}{64}$

رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ التاليةَ من الأصغرِ الى الأكبرِ :

9 $\frac{4}{5}, \frac{3}{12}, \frac{15}{25}$ 10 $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{21}$

رتِّبِ الأعدادَ النسبيةَ التاليةَ من الأكبرِ الى الأصغرِ :

11 $\frac{12}{27}, \frac{6}{9}, \frac{10}{18}$ 12 $\frac{8}{14}, \frac{10}{25}, \frac{4}{28}$

جدْ ناتجَ ما يأتي :

13 $\frac{3}{5} \div \frac{1}{6} = ...$ 14 $(-3.6) + (-2.2) = ...$ 15 $(7.1) + (-5.9) = ...$

16 $\frac{5}{9} - \frac{3}{8} = ...$ 17 $(4.1) \times (-2) = ...$ 18 $\frac{3}{19} \times \frac{6}{10} = ...$

جد النسبةَ المئويةَ التقديرية لكلٍّ مما يأتي:

19 $\frac{1}{9}$ 20 $\frac{8}{26}$ 21 $\frac{11}{74}$ 22 $\frac{5}{47}$

23 أكملِ الجدولَ التالي مبيناً نوع التناسبِ:

A	1	2	4	5	8	10
B	1000	500			125	
C	1000		1000			

قدّرِ الجذورَ الآتيةَ:

24 $\sqrt{50}$ 25 $\sqrt{13}$ 26 $\sqrt[3]{145}$ 27 $\sqrt[3]{33}$

الدرسُ [1-1]

ترتيبُ العملياتِ على الاعدادِ النسبيةِ
Ordering Operations on Rational Numbers

فكرةُ الدرسِ

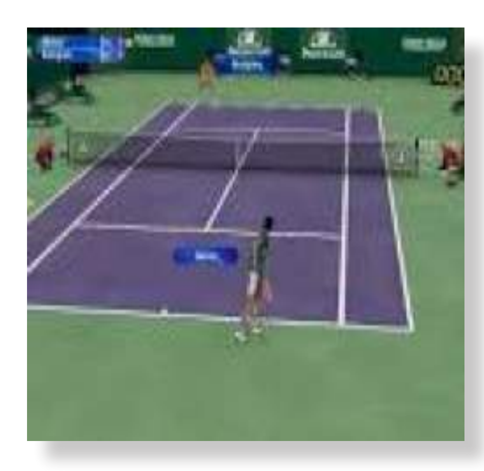
استعمالُ ترتيبِ العمليات على الاعدادِ النسبيةِ لتبسيطِ جملةٍ عدديةٍ.

المفردات

- ترتيبُ العملياتِ.
- جملةٌ عدديةٌ.

تَعَلَّم

يتدربُ أوسُ وأيمنُ على رياضةِ التنسِ، إذ يتدرب أوس يومين في الأسبوع بواقع $\frac{5}{6}$ الساعة في اليومِ الأولِ و $\frac{3}{4}$ الساعة في اليومِ الثاني، ويتدرب أيمن يوماً واحداً في الأسبوع بواقع $\frac{2}{3}$ الساعة. كم تزيد المدة التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلالِ الأسبوع ؟



[1-1-1] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على جمعٍ وطرحٍ أو ضربٍ وقسمةِ اعدادٍ نسبيةٍ
Simplifies Numerical Sentences Contains Addition and Subtraction or Multiplication and Division Rational Numbers

تعلمتَ سابقاً كيفيةَ ايجاد ناتج جمع أوطرح أعدادٍ نسبيةٍ وكذلك ضربَ أوقسمةَ عددين نسبيين والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على عمليتين (جمع وطرح) أو (ضرب وقسمة) لأعداد نسبية .

مثال (1) كم تزيدُ المدةُ التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمنُ خلالِ الأسبوعِ ؟

نكتب الجملة العددية التي تمثل المسألة :

نجري عملية الجمع اولاً

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2 + 3 \times 3}{12} - \frac{2}{3}$$

نجري عملية الطرح ثانياً

$$= \frac{19}{12} - \frac{2}{3} = \frac{19 - 8}{12} = \frac{11}{12}$$

يتدرب اوس مدة $\frac{11}{12}$ الساعة في الاسبوع زيادة على ما يتدربُ أيمن.

مثال (2) استعملْ جمعَ وطرحَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدار بأبسط صورةٍ:

i) $\frac{1}{3} - \frac{8}{9} + \frac{12}{6} = \frac{1 \times 6 - 8 \times 2 + 12 \times 3}{18} = \frac{6 - 16 + 36}{18} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$

ii) $2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{5} - \frac{6}{35} = \frac{16}{7} + \frac{6}{5} - \frac{6}{35} = \frac{16 \times 5 + 6 \times 7 - 6}{35}$

$= \frac{80 + 42 - 6}{35} = \frac{116}{35}$

iii) $7.34 - 3.08 + 1.9 = 4.26 + 1.9 = 6.16$

iv) $3.16 + 0.092 - 0.07 - 5.005 = 3.252 - 5.075 = -1.823$

v) $0.07 - 0.006 + 0.503 - 0.08 = 0.064 + 0.503 - 0.08 = 0.567 - 0.08 = 0.487$

مثال (3) استعمل ضرب وقسمة الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $-3\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \div 3\frac{7}{2} = -\frac{7}{2} \times \frac{5}{3} \div \frac{13}{2} = -\frac{35}{6} \div \frac{13}{2} = -\frac{35}{6} \times \frac{2}{13} = -\frac{35}{39}$

ii) $\frac{48}{9} \div \frac{-12}{3} \times \frac{-8}{13} = \frac{48}{9} \times \frac{3}{-12} \times \frac{-8}{13} = \frac{4}{-3} \times \frac{-8}{13} = \frac{32}{39}$

iii) $4.5 \times 3.65 \div (-1.125) = 16.425 \div (-1.125) = -14.6$

iv) $7.29 \div 0.9 \times (-0.03) = 8.1 \times (-0.03) = -0.243$

[1-1-2] استعمالُ ترتيبَ العملياتِ لتبسيطِ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على اعدادٍ نسبيةٍ
Using Ordering Operations to Simplifies Numerical Sentences Contains Rational Numbers

تعرفت سابقا إلى استعمال ترتيب العمليات على الاعداد الصحيحة لتبسيط جمل عددية والان سوف تتعرف إلى استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية تحتوي على اعداد نسبية وباتباع الخطوات الآتية :

1) ضعِ العمليات التي لها اولوية بين الأقواس.
2) أبدأ بالعملياتِ بين الاقواس.
3) اضرب وقسم من اليسارِ الى اليمين.
4) اجمع وأطرح من اليسارِ الى اليمين.

مثال (4) استعمل ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

i) $\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3} + \frac{3}{2} \times \frac{8}{21} = (\frac{-1}{5} \times \frac{25}{-3}) + (\frac{3}{2} \times \frac{8}{21}) = \frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{35+12}{21} = \frac{47}{21}$

ii) $\frac{7}{12} \div \frac{21}{-4} - \frac{9}{11} \div \frac{-27}{44} = (\frac{7}{12} \times \frac{-4}{21}) - (\frac{9}{11} \times \frac{44}{-27}) = \frac{-1}{9} + \frac{4}{3} = \frac{-1+12}{9} = \frac{11}{9}$

iii) $\frac{4}{5} \div \frac{8}{15} \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = (\frac{4}{5} \times \frac{15}{8}) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = (\frac{3}{2}) \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = \frac{-3}{7} + \frac{5}{14} = -\frac{1}{14}$

iv) $\frac{12}{7} - \frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15} = \frac{12}{7} - (\frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15}) = \frac{12}{7} - (\frac{2}{-3} \div \frac{4}{15}) = \frac{12}{7} + \frac{5}{2} = \frac{59}{14}$

v) $4.01 \times 1.2 + 11.5 \times 0.6 = (4.01 \times 1.2) + (11.5 \times 0.6) = 4.812 + 6.9 = 11.712$

vi) $6.4 \div 0.8 - 12.5 \div 0.5 = (6.4 \div 0.8) - (12.5 \div 0.5) = 8 - 25 = -17$

vii) $0.09 \times 16 + 5.4 \div 0.6 = (0.09 \times 16) + (5.4 \div 0.6) = 1.44 + 9 = 10.44$

تأكَّدْ من فهمِكَ

استعملْ جمعَ وطرحَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثال (2)

1. $\frac{1}{5} - \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = ...$
2. $4\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} - \frac{8}{15} = ...$
3. $\frac{2}{9} - 1\frac{1}{8} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = ...$
4. $\frac{6}{5} + \frac{9}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15} = ...$
5. $9.14 - 6.07 + 2.5 = ...$
6. $1.12 + 0.82 - 0.02 + 4.002 = ...$

استعملْ ضربَ وقسمةَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (7 - 10) مشابهة للمثال (3)

7. $1\frac{1}{3} \times (-2\frac{5}{6}) \div 2\frac{4}{9} = ...$
8. $\frac{54}{7} \div \frac{-9}{14} \times \frac{-5}{24} = ...$
9. $6.1 \times 3.25 \div (-0.25) = ...$
10. $0.81 \div 0.9 \times (-0.05) = ...$

استعملْ ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (11 -16) مشابهة للمثال (4)

11. $\frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6} + \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} = ...$
12. $\frac{8}{13} \div \frac{-16}{39} - \frac{7}{15} \div \frac{-21}{10} = ...$
13. $\frac{2}{9} \div \frac{4}{27} \times \frac{1}{-4} + \frac{7}{16} = ...$
14. $\frac{12}{7} - \frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5} \div \frac{8}{15} = ...$
15. $9.02 \times 1.4 - 8.03 \times 0.7 = ...$
16. $4.9 \div 0.7 + 4.8 \div 0.12 = ...$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

استعملْ جمعَ وطرحَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

17. $\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = ...$
18. $1\frac{1}{4} + 4\frac{3}{2} - \frac{9}{8} = ...$
19. $\frac{3}{7} - 1\frac{2}{7} + \frac{5}{3} - \frac{9}{14} = ...$
20. $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} - \frac{6}{15} + \frac{4}{5} = ...$
21. $2.04 - 8.09 + 3.05 = ...$
22. $4.22 + 0.33 - 0.03 + 5.003 = ...$

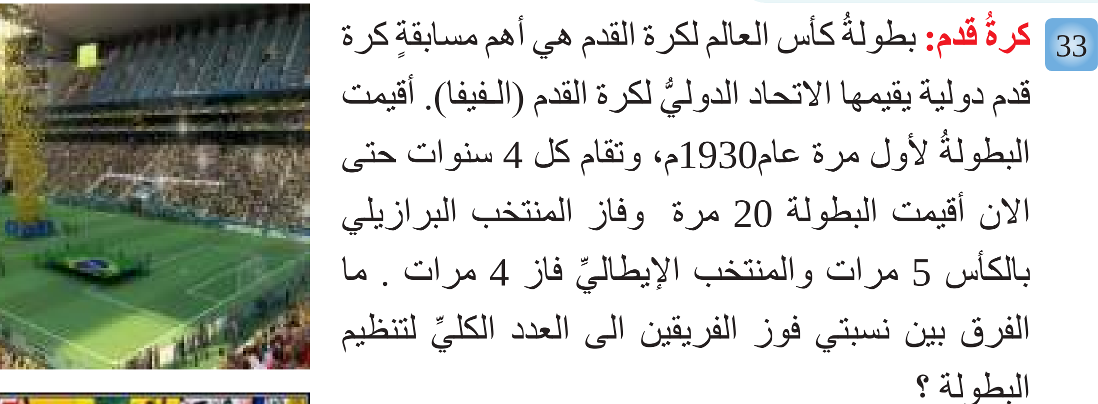
استعملْ ضربَ وقسمةَ الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

23. $2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2} \div (-5\frac{3}{2}) = ...$
24. $\frac{5}{12} \div \frac{-25}{4} \times \frac{10}{3} = ...$
25. $0.01 \times 6.4 \div (-0.04) = ...$
26. $0.35 \div 0.07 \times (-1.006) = ...$

استعملْ ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

27. $\frac{5}{-3} \times \frac{24}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{-15}{6} = ...$
28. $\frac{-2}{19} \div \frac{-8}{38} - \frac{11}{6} \div \frac{-22}{18} = ...$
29. $\frac{1}{7} \div \frac{5}{42} \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12} = ...$
30. $\frac{5}{14} - \frac{3}{4} \times \frac{36}{-15} \div \frac{3}{10} = ...$
31. $-4.09 \times 3.2 - 5.03 \times 0.8 = ...$
32. $-7.2 \div 0.9 + 0.42 \div 0.007 = ...$

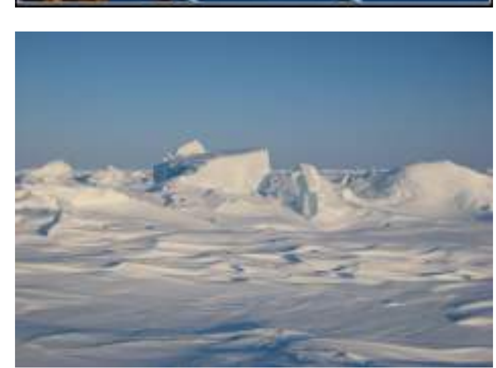
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



33 **كرةُ قدم:** بطولةُ كأس العالم لكرة القدم هي أهم مسابقةٍ كرة قدم دولية يقيمها الاتحاد الدوليُّ لكرة القدم (الفيفا). أقيمت البطولةُ لأول مرة عام1930م، وتقام كل 4 سنوات حتى الان أقيمت البطولة 20 مرة وفاز المنتخب البرازيلي بالكأس 5 مرات والمنتخب الإيطاليّ فاز 4 مرات . ما الفرق بين نسبتي فوز الفريقين الى العدد الكليِّ لتنظيم البطولة ؟



34 **رياضةُ الجري:** قطع العداءُ الذي فاز بالمرتبةِ الأولى في سباق الجري 2000m الدورة الواحدة (400m) بمدة 44.2sec ، وقطع العداء الذي فاز بالمرتبة الثانية الدورة الواحدة بمدة 46.5sec. فما الفرقُ بين الوقتِ الكلي لقطع مسافةِ السباق للعدائين؟



35 **طقسٌ:** كانت درجة الحرارة في منطقة القطب الشماليِّ 48- درجة سليزية ، وبدأت درجة الحرارة بالارتفاع التدريجيِّ في الساعة 10 صباحاً حتى الساعة 4 بعد الظهر بمعدل 0.5 درجةً سليزيةً بالساعة، ثم عاودت بالانخفاض بمعدل 1.5 درجة سليزية بالساعة. كم اصبحت درجة الحرارة عند الساعةِ 6 عصراً ؟

فَكِّرْ

36 **تحدٍّ:** استعمل ترتيب العمليات على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كلَّ مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{1}{3}\left(\frac{-6}{5} + 2\frac{1}{10}\right) \times \frac{4}{5} \div 2\frac{8}{5} = ...$

ii) $\frac{1}{2}\left(\frac{8}{9} - 3\frac{1}{3}\right) \div 3\frac{2}{3} \div \frac{-15}{7} = ...$

37 **أصحّح الخطأ:** بسط جمالُ الجملة العددية وكتبها بأبسطِ صورة:

$$\frac{3}{7} \div \frac{9}{28} \times \frac{1}{-2} \div \frac{4}{-9} = 6$$

حدد خطأ جمال وصّححه .

38 **حسٌّ عدديٌّ:** ما العدد الذي يجب كتابته في المربع لتكون الجملةُ العدديةُ التاليةُ صحيحةً:

i) $\frac{1}{-2} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{\square} = 0$

ii) $\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \div \frac{\square}{3} = 0$

أُكتبْ

المقدارَ بأبسطِ صورةِ باستعمال ترتيبِ العملياتِ:

$-1.03 \times 4.2 - 7.07 + 0.6 \times 2.5 = ...$

الدرسُ [1-2]

القوى (الأُسس) السالبةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ
Scientific Notation and Negative Powers (Exponents)of Number

تَعَلَّم

فكرةُ الدرس
- كيفيةُ حساب مقادير تتضمنُ أسساً سالبة.
- والتعبيرُ عن عدد بالصورةِ العلميةِ.

المفردات
- الأس (القوة).
- الصورةُ العلميةُ.
- الصورةُ الرقميةُ.

الباندا العملاقةُ أو الدبُّ الصينيُّ حيوانٌ ضخمٌ من عائلة الدب موطنه الأصلي في الصين، تشتهر بلونها الاسود والابيض وفروها السميك الذي يحميها من البرد.يأكل الباندا ما يعادل 10^{-1} من وزنه يومياً. ما عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا الذي يزن 110kg؟



[1-2-1] القوى السالبةُ للعدد
Negative Powers of Numbers

تعلمتَ سابقاً كيفية كتابة العدد بالقوى (الأسس) الموجبة $10^1 = 10$ ، $10^2 = 100$ ، $10^3 = 1000$ ، ....

وبالأسلوب نفسه سوف تتعرف إلى كتابة العدد بالقوى (الأُسس) السالبة :

$$10^{-1} = \frac{1}{10} , 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} , 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} , ...$$

مع ملاحظة: أي عدد (عدا الصفر) للأس 0 يساوي 1 ، العدد 1 لأيِّ أس موجب أو سالب يساوي 1 ، العدد (-1) لأي أس زوجي يساوي 1 ولأي أس فردي يساوي -1 .

$$8^0 =1 , (-3)^0 =1 , 1^5=1 , 1^{-7}=1 , (-1)^2=1 , (-1)^{-2} =1 , (-1)^3 = -1 , (-1)^{-3} = -1.$$

مثال (1) جدْ عددَ الكيلوغرامات التي يأكلها دبُّ الباندا يومياً.

يأكل الباندا عُشْرَ وزنه يومياً

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$110 \times \frac{1}{10} = 11kg$$

لذا يأكلُ الباندا 11kg يومياً

مثال (2) احسب الأُسس السالبةَ لكل مما يأتي:

i) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

ii) $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

iii) $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

iv) $-2^{-2} = -(\frac{1}{2})^2 = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$

v) $(-2)^{-3} = (\frac{1}{-2})^3 = \frac{1}{-2}\times\frac{1}{-2}\times\frac{1}{-2} = -\frac{1}{8}$

استعملْ ترتيبَ العملياتِ لتحسب كلاً مما يأتي :

vi) $\frac{1}{2}+2^{-3} -(-2)^{-4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^3} - (\frac{1}{(-2)^4})$
$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$
$= \frac{8+2-1}{16} = \frac{9}{16}$

vii) $4^{-3} -(-6)^0 - 8^{-2} = \frac{1}{4^3} - 1 - \frac{1}{8^2}$
$= \frac{1}{64} - 1 - \frac{1}{64}$
$= -1$

[1-2-2] الصورةُ العلميةُ للعددِ
Scientific Notation of Number

تعلمت سابقاً كيفية كتابة الاعداد الكبيرة بالصورة العلمية كعدد صحيح مضروب في احدى القوى الموجبة للعشرة $1400000 = 14 \times 10^5$، والان سوف نستعمل الصورة العلمية للعدد لكتابة الاعداد التي قيمتها المطلقة كبيرة جداً أو صغيرة جداً. ولكتابة الاعداد العشرية من الصورة العلمية للصورة الرقمية نلاحظ الآتي :

1) إذا ضرب العدد في إحدى القوى الموجبة للعدد 10 فأن الفارزة العشرية تتحرك الى اليمين .

2) إذا ضرب العدد في إحدى القوى السالبة للعدد 10 فأن الفارزة العشرية تتحرك الى اليسار .

3) عدد المراتب التي تتحرك بها الفارزة العشرية هي القيمة المطلقة للأس .

مثال (3) **اكتب الأعداد التالية بالصورةِ الرقميةِ :**

i) $7.3 \times 10^3 = 7300$ الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ ثلاثَ مراتب الى اليمين

ii) $2.64 \times 10^5 = 264000$ الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ خمسَ مراتب الى اليمين

iii) $9.17 \times 10^{-2} = 0.0917$ الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ مرتبتين الى اليسار

vi) $52.6 \times 10^{-4} = 0.00526$ الفارزةُ العشريةُ تتحرَّكُ اربعَ مراتب الى اليسار

لتحويل الاعداد العشرية من الصورة الرقمية إلى الصورة العلمية نلاحظ الآتي:

1) حرك الفارزة العشرية ليكون موقعها على يمين اول مرتبة غير صفرية من اليسار .

2) عد المراتب التي حركت بها الفارزة العشرية .

3) جد قوة العدد عشرة، فإذا كانت القيمة المطلقة للعدد الأصلي بين الصفر و الواحد فإن الأس يكون سالباً ، وإذا كان العدد أكبر من واحد فإن الأس يكون موجباً .

مثال (4) **اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:**

i) $72300 = 7.23 \times 10000$ الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ أربع مراتب الى اليسار

$= 7.23 \times 10^4$ بما أن 72300 اكبر من 1 لذا فإنَّ الأسَّ موجبٌ

ii) $802000 = 8.02 \times 100000$ الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ خمسَ مراتب الى اليسار

$= 8.02 \times 10^5$ بما أن 802000 اكبر من 1 لذا فإنَّ الأسَّ موجبٌ

iii) $0.0025 = 2.5 \times 0.001$ الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ ثلاثَ مراتب الى اليمين

$= 2.5 \times 10^{-3}$ بما أن 0.0025 اكبر من 0 واصغر من 1 لذا فإن الأس سالب

iv) $0.000371 = 3.71 \times 0.0001$ الفارزةُ العشريةُ تحرَّكَتْ اربعَ مراتب الى اليمين

$= 3.71 \times 10^{-4}$ بما أن 0.000371 اكبر من 0 واصغر من 1 لذا فإن الأس سالب

تأكَّد من فهمِكَ

احسب الأسسَ السالبةَ لكلِّ مما يأتي :

الأسئلة (1 - 9) مشابه للمثال (1)

1. $4^{-2} = ...$
2. $2^{-3} = ...$
3. $3^{-4} = ...$
4. $-2^{-2} = ...$
5. $(-2)^{-3} = ...$
6. $(-5)^{-4} = ...$
7. $(-1)^{-5} = ...$
8. $-7^{-1} = ...$
9. $(-9)^{0} = ...$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي :

الأسئلة (10 - 13) مشابه الى المثال (2)

10. $\frac{1}{3} + 3^{-2} -(-3)^{-3} = ...$
11. $2^{-4} -(-6)^{0} -5^{-1} = ...$
12. $-4^{-2} + 1^{3} -(-6)^{-2} = ...$
13. $(8)^{0} -(-3)^{2} -1^{-4} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ الرقمية :

الأسئلة (14 - 17) مشابه الى المثال (3)

14. $4.2 \times 10^{4} = ...$
15. $5.14 \times 10^{6} = ...$
16. $2.16 \times 10^{-3} = ...$
17. $15.8 \times 10^{-5} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ العلمية :

الأسئلة (18 - 21) مشابه الى المثال (4)

18. $72300 = ...$
19. $802000 = ...$
20. $0.0025 = ...$
21. $0.000371 = ...$

تدربْ وحلّ التمرينات

احسب الأسسَ السالبةَ لكلِّ مما يأتي :

22. $7^{-2} = ...$
23. $5^{-3} = ...$
24. $1^{-4} = ...$
25. $-3^{-2} = ...$
26. $(-3)^{-2} = ...$
27. $(-2)^{-4} = ...$
28. $(-1)^{0} = ...$
29. $-9^{-1} = ...$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي:

30. $\frac{1}{4} + 5^{-2} - (-1)^{-3} - \frac{1}{2} = ...$
31. $(-2)^{-5} - (-7)^{0} - 1^{5} + \frac{1}{16} = ...$
32. $6^{-2} - 4^{-2} - (-8)^{-2} - \frac{1}{36} = ...$
33. $(8)^{0} - (-3)^{2} - 1^{-4} + \frac{1}{9} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ الرقمية :

34. $6.3 \times 10^{3} = ...$
35. $9.02 \times 10^{5} = ...$
36. $1.28 \times 10^{4} = ...$
37. $23.7 \times 10^{-2} = ...$
38. $6.54 \times 10^{-3} = ...$
39. $3.01 \times 10^{-5} = ...$

اكتب الأعدادَ التاليةَ بالصورةِ العلمية :

40. $52100 = ...$
41. $734000 = ...$
42. $9100000 = ...$
43. $0.0035 = ...$
44. $0.00062 = ...$
45. $0.0000077 = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



46 **العنكبوتُ:** العناكبُ تغزل خيط الحرير وهذا الخيط له وظائف وحسب الاستعمال و تصنع اقراصاً مخاطية لاصقة attachment discs التي تعملُ بوضعها أوتاداً صلبه جداً تساعد على لصق الشبكة العنكبوتية في اماكن واسطحٍ مختلفةٍ ويبلغ قطر خيط الحرير 3×10^{-3} mm.
اكتب قطر خيط الحرير بالصورة الرقمية .



47 **حيتانٌ:** تقطعُ الحيتانُ مسافة 5^3km $\times$ 2^5 في كل رحلة تهاجر فيها ولكن الحوت الرماديَّ يقطع مسافة $2^4 \times 3 \times 5^3$km زيادة عن الحيتان الاخرى في كل رحلة.
اكتب المسافة بالصورة الرقمية التي يقطعها الحوت الرمادي في كل رحلةٍ.



48 **فضاءُ:** كَوكَبُ الأَرضِ هُو ثَالث كَواكِب المَجموعَة الشَمسيَّة التي تُعدُّ جُزءاً مِن مَجَرَّةِ درب التبّانة، وَيَتَّخذُ الأَرضُ شَكلاً إهليلجيَّاً، ويُعدُّ حَجمه صَغيراً جدَّاً عِندَ مُقارَنَته بِحَجمِ الشَّمسِ، المسافة التقريبية بين الارض والشمس 140 000 000 000 m. اكتب المسافة بالصورة العلمية.

فَكِّر

49 **تحدٍّ:** اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

i) $\frac{1}{4} \times 10^{-5} =$ ...... ii) $\sqrt{\frac{1}{25}} \times 10^{-3} =$ ...... iii) $\sqrt{\frac{9}{16}} \times 10^{-4} =$ ......

50 **أُصحِّح الخطأ :** استعملت سماح ترتيب العمليات على الاعداد النسبية وكتبتْ الاتي :

$$(-3)^{-2} - (-1)^0 + 1^{-2} - \frac{1}{9} = 1$$

حدد خطأ سماح وصححه.

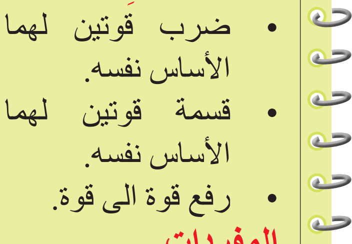
51 **حسٌ عدديٌّ:** هل أن العدد $\sqrt{0.09} \times 10^{-2}$ يقع بين العددين 0.004 ، 0.005 ؟ وضح اجابتك.

أُكتبْ

ناتجَ جمعِ العددين بالصورةِ العلمية: $2.17 \times 10^{-3} + 3.83 \times 10^{-3} =$ ....

الدرسُ]1-3[خصائصُ القوى (الأُسس)

Properties of Powers (Exponents)



فكرةُ الدرسِ

- ضرب قوتين لهما الأساس نفسه.
- قسمة قوتين لهما الأساس نفسه.
- رفع قوة الى قوة.

المفردات

- الاساس.
- الأس.

تعلم

الأسدُ حيوانٌ من الثديياتِ من فصيلة السنوريات وأحد السنوريات الأربعة الكبيرة المنتمية إلى جنس النمر Panthera إذا كان الأسد البالغ يحتاج الى 2^3kg من اللحم في الوجبة الواحدة، فكم كيلوغرام يحتاج 2^4 أسدٌ في الوجبة الواحدة ؟



[1-3-1] ضربُ قوتين لهما نفس الأساس
Product of two Powers with the same Base

تعرفت سابقاً إلى القوى الموجبة والسالبة للعدد، والآن سوف تتعرف إلى قوانين الأسس:

1) ضرب قوتين لهما الأساس نفسه $a^n \times a^m = a^{n+m}$ إذ أن $a \in Q \ , \ n , m \in Z$.
أي عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه الناتج يكون الأساس نفسه مرفوعاً الى حاصلِ جمعِ الأسين .

مثال (1) جد عدد الكيلوغرامات التي يحتاج إليها 2^4 أسداً في الوجبة الواحدة.

ضع الأساس نفسه وأجمع الأسس

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

لذا يحتاج 2^4 اسداً الى 2^7 كيلوغراماً من اللحم.

مثال (2) **بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:**

i) $5^6 \times 5^2 = 5^{6+2} = 5^8$

ii) $7^9 \times 7^{-3} = 7^{9-3} = 7^6$

iii) $3^{-2} \times 3^{-5} = 3^{-2-5} = 3^{-7}$

iv) $8 \times 2^{-7} = 2^3 \times 2^{-7} = 2^{-4}$

v) $11^2 \times 11^{-6} \times 11^{-5} = 11^{2-6-5} = 11^{-9}$

vi) $(\frac{1}{2})^{-3} \times (\frac{1}{2})^{-3} \times (\frac{1}{2})^6 = (\frac{1}{2})^{-3-3+6} = (\frac{1}{2})^0 = 1$

vii) $12 \times 8 \times 3^{-4} = (2^2 \times 3) \times 2^3 \times 3^{-4} = 2^2 \times 2^3 \times 3 \times 3^{-4}$
$= 2^{2+3} \times 3^{1-4} = 2^5 \times 3^{-3}$

viii) $4^{-3} \times (\frac{1}{4})^5 = (\frac{1}{4})^3 \times (\frac{1}{4})^5 = (\frac{1}{4})^{3+5} = (\frac{1}{4})^8 = 4^{-8}$

[1-3-2] قسمةُ قوتين لهما الأساسُ نفسه
Divide Two Powers with the same Base

2) قسمة قوة على قوة لهما الأساس نفسه : $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ إذ أن $a \in Q \ , \ n , m \in Z$.
أي عند قسمة قوة على قوة لهما الأساس نفسه الناتج يكون الأساس نفسه مرفوع الى حاصل طرح أس المقام من أس البسط .

مثال (3) بسط واكتب ناتج القسمة بوصفها قوةً واحدةً:

i) $\frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2$

ii) $\frac{3^{-5}}{3^{-9}} = 3^{-5-(-9)} = 3^{-5+9} = 3^4$

iii) $\frac{2^{-7}}{16} = \frac{2^{-7}}{2^4} = 2^{-7-4} = 2^{-11}$

iv) $\frac{54}{12} = \frac{2 \times 3^3}{2^2 \times 3} = 2^{1-2} \times 3^{3-1} = 2^{-1} \times 3^2$

vi) $\frac{(\frac{1}{8})^3}{(\frac{1}{8})^5} = \frac{8^{-3}}{8^{-5}} = 8^{-3+5} = 8^2$

vi) $\frac{(-5)^2 \times 5^0 \times (-5)^7}{5^6} = 5^2 \times 5^0 \times (-5^7) \times 5^{-6}$
$= -5^{2+0+7-6} = -5^3$

[1-3-3] رفعُ قوةٍ الى قوةٍ
Raise a Power to a Power

3) رفع قوة الى قوة ثانية للأساس نفسه : $(a^n)^m = a^{nm}$ إذ أن $a \in Q \ , \ n , m \in Z \ , \ a \neq 0$
عند رفع قوة الى قوة ثانية للأساس نفسه يكون الناتج الأساس نفسه مرفوعاً الى حاصل ضرب الأسَّ الأول بالأس الثاني .

مثال (4) بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

i) $(7^3)^4 = 7^{3 \times 4} = 7^{12}$

ii) $(9^{-5})^6 = 9^{-5 \times 6} = 9^{-30}$

iii) $(10^3 \times 10^{-8})^{-2} = (10^{-5})^{-2}$
$= 10^{-5 \times -2} = 10^{10}$

iv) $(72)^2 = (8 \times 9)^2 = (2^3 \times 3^2)^2$
$= (2^3)^2 \times (3^2)^2 = 2^6 \times 3^4$

vi) $\frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-49)^2}{7^{-4} \times (-7^3)^5} = \frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-7^2)^2}{7^{-4} \times (-7^{3 \times 5})} = \frac{(-7^{3+8}) \times (7^{2 \times 2})}{7^{-4} \times (-7^{15})}$
$= \frac{(-7^{11}) \times 7^4}{-7^{-4+15}} = \frac{-7^{11+4}}{-7^{11}}$
$= \frac{-7^{15}}{-7^{11}} = 7^{15-11} = 7^4$

تَأكّدْ من فهمكَ

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

الأسئلة (1-8) مشابهة للمثال (2)

1) $2^4 \times 2^2 = ...$

2) $9^0 \times 9^{-5} = ...$

3) $7^{-3} \times 7^{-5} = ...$

4) $16 \times 2^{-8} = ...$

5) $13^{-4} \times (-13)^3 \times 13^6 = ...$

6) $(\frac{1}{3})^{-2} \times (\frac{1}{3})^5 \times (\frac{1}{3})^{-1} = ...$

7) $32 \times 3^4 \times 24 = ...$

8) $9^{-6} \times (\frac{1}{9})^7 = ...$

بسط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

الأسئلة (9-14) مشابهة للمثال (3)

9) $\frac{5^3}{5^7} = ...$

10) $\frac{2^{-6}}{2^{-1}} = ...$

11) $\frac{3^{-3}}{27} = ...$

12) $\frac{6 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3} = ...$

13) $\frac{(\frac{1}{25})^4}{(\frac{1}{25})^8} = ...$

14) $\frac{(-6)^3 \times 6^{-6} \times (-6)^0}{6^9} = ...$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

الأسئلة (15 -20) مشابه للمثال (4)

15) $(5^2)^6 = ...$

16) $(8^{-3})^4 = ...$

17) $(10^{-7} \times 10^6)^{-3} = ...$

18) $(3^2)^{-2} = ...$

19) $\frac{(-1)^3 \times 1^8}{(-1^4)^6} = ...$

20) $\frac{(-3)^2 \times 3^5}{(-3^3)^{-1}} = ...$

تدربْ وحلّ التمرينات

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

21) $6^{-7} \times 6^3 = ...$

22) $7^{-1} \times 7^{-4} = ...$

23) $(-1)^{-5} \times 1^{-2} = ...$

24) $27 \times 3^{-6} = ...$

25) $8^{-7} \times (\frac{1}{8})^7 = ...$

26) $12 \times 2^3 \times 6^{-2} = ...$

27) $(\frac{1}{5})^{-3} \times (\frac{1}{5})^7 \times (\frac{1}{5})^{-2} = ...$

28) $18^{-4} \times (-2)^3 \times (-3)^2 = ...$

بسط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

29) $\frac{7^{-2}}{7^7} = ...$

30) $\frac{6^{-4}}{6^{-3}} = ...$

31) $\frac{5^{-5}}{125} = ...$

32) $\frac{48 \times 3^{-4}}{3^3 \times 2} = ...$

33) $\frac{(\frac{1}{49})^{-3}}{(\frac{1}{49})^6} = ...$

34) $\frac{(-9)^5 \times 9^{-5} \times (-9)^0}{9^9} = ...$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

35) $(3^4)^{-3} = ...$

36) $(6^{-2})^{-5} = ...$

37) $(10^9 \times 10^{-1})^{-4} = ...$

38) $\frac{(-2)^2 \times 2^6 \times (-4)^5}{2^{-4} \times (-2^5)^3}$

39) $\frac{(-27)^3 \times 3^{-2} \times (-9)^{-2}}{3^{-5} \times (-3^2)^7}$

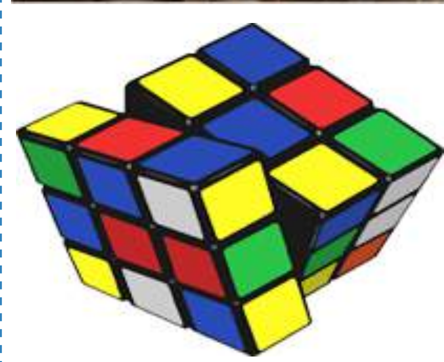
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



40 **الفهدُ:** يُعدُّ الفهد الصيادُ الذي يعيش في قارتي آسيا وأفريقيا، من الحيوانات الثدية المُعرضة للإنقراض والتي تنتمي إلى عائلة السنوريات أو القططيات وهو أسرع الحيوانات الأرضية على الإطلاق، إذ تصل سرعته القصوى إلى $\frac{2}{10^{-3}}$ m/min. اكتب عدد الامتار التي يقطعها الفهد خلال 2^3min .



41 **إنتاج:** انتج العراق $3(\frac{3}{10^{-2}})$ برميلاً من النفط الخام خلال 9 اشهر في احدى السنوات، اكتب انتاج العراق من النفط بالصورة الرقمية.



42 **مكعب روبيك:** مكعب روبيك هو لغز يتمثل في مكعب ثلاثيّ الأبعاد يتكون من 6 اوجهٍ وكل وجه يحمل 3^2 ملصقات باللون نفسه وتشمل أوجه مكعب روبيك علي الألوان الرئيسة وهي الأحمر والأبيض والأخضر والأزرق والبرتقالي والأصفر مخترع مكعب روبيك هو النحات المجري إرنو روبيك. اكتب عدد الملصقات في 6 مكعبات على صورة اعدادٍ ذات قوة واحدة.

فَكِّر

43 **تحدٍّ:** بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

i) $\frac{(-10)^5 \times 10^{-4} \times -10^{-2}}{10^{-7} \times (-10^{-6})^2} = ...$

ii) $\sqrt{\frac{1}{64}} \times 2^{-4} \times (-4)^7 = ...$

44 **أُصحِّح الخطأ:** بسط جميل المقدار التالي وكتب الناتج كما يأتي :

$(\frac{1}{9})^{-7} \times (\frac{1}{3})^5 \times (\frac{1}{27})^{-1} = 3^{-14}$

حدد خطأ جميل وصححه .

45 **حسٌّ عدديٌّ:** هل أن العدد $\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2}$ يقع بين العددين 3^{-2} ، 3^{-1} ؟ وضح اجابتك.

اكتب

الناتج على صورةِ كسرٍ اعتياديٍّ : $36^{-5} \times (-2)^8 \times (-3)^8 = ...$

الدرسُ]1-4[

الكسورُ العشريةُ الدوريةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ (استعمال الحاسبة)

Recurring Decimal Fractions and Scientific Notation of Number (using Calculator)

فكرةُ الدرسِ

استعمال الحاسبة في تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على:

- كسور عشرية دورية وصورة علمية للعدد.

المفردات

- حاسبة.
- كسرٌ عشريٌّ دوريٌّ.



تَعَلَّم

الزرافة من الحيوانات الثدية، التي تتغذى على الأعشاب، وأوراق الأشجار، والفواكه، والخضروات، وتُعدُّ الزرافة أطول الحيوانات على الإطلاق، الزرافة تشرب الماء مرتين في الاسبوع، فإذا شربت احدى الزرافات $\frac{15}{2}$ لتر في المرة الاولى وفي المرة الثانية $\frac{17}{3}$ لتر. اكتب عدد ألتارالماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بصورة كسر عشري .



]1-4-1[تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على كسورٍ عشريةٍ دوريةٍ باستعمال الحاسبة

Using Calculator to Simplify Numerical Sentence Contain Recurring Decimal Fractions.

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية، والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على كسور عشرية دورية (استعمال الحاسبة) وكالاتي :

إذا كانت الجملة العددية مكتوبة على صورة كسورٍ اعتياديةٍ فقط ، فيمكن اجراء العمليات كما تعلمت سابقاً ثم كتابة الناتج على شكل كسر عشري منتهٍ أو دوري.

$$\frac{10}{3} + \frac{2}{5} = \frac{50+6}{15} = \frac{56}{15} = 3.7333... = 3.7\overline{3}$$

إما إذا كانت الجملة مكتوبة على صورة كسورعشرية دورية فسوف تترك الى المراحل اللاحقة .

مثال (1) اكتب عدد التارِ الماءِ التي شربتها الزارفة في الاسبوع بالصورةِ العشرية.

اجمع الكسور الاعتيادية

$$\frac{15}{2} + \frac{17}{3} = \frac{15\times 3 + 17\times 2}{6}$$

بسط الناتج بأبسط صورة

$$= \frac{45+34}{6}$$

اكتب الناتج على شكل كسر عشري دوري

$$= \frac{79}{6} = 13.1666... = 13.1\overline{6}$$

مثال (2) استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمعِ و الطرحِ على صورة كسرٍعشريٍّ:

i) $\frac{8}{5} + \frac{13}{6} = \frac{48+65}{30} = \frac{113}{30} = 3.7666... = 3.7\overline{6}$

ii) $\frac{9}{2} + \frac{21}{8} - \frac{5}{12} = \frac{57}{8} - \frac{5}{12} = \frac{171-10}{24} = \frac{161}{24} = 6.708333... = 6.708\overline{3}$

iii) $\frac{6}{13} - \frac{11}{3} - \frac{10}{6} = \frac{36-286-130}{78} = -\frac{380}{78} = -4.8717948717948... = -4.\overline{871794}$

مثال (3) استعملِ الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

i) $\frac{5}{3} \times \frac{12}{15} = \frac{5 \times 12}{3 \times 15} = \frac{4}{3} = 1.333... = 1.\overline{3}$

ii) $\frac{8}{9} \div \frac{48}{-45} = \frac{8}{9} \times \frac{-45}{48} = \frac{8 \times -45}{9 \times 48} = \frac{5}{6} = 0.8333... = -0.8\overline{3}$

iii) $\frac{6}{5} \times \frac{13}{12} \div \frac{39}{4} = \frac{13}{10} \div \frac{39}{4} = \frac{13}{10} \times \frac{4}{39} = \frac{13 \times 4}{10 \times 39} = \frac{2}{15} = 0.1333... = 0.1\overline{3}$

iv) $\frac{17}{6} \div \frac{34}{42} \times \frac{-7}{6} = \frac{17}{6} \times \frac{42}{34} \times \frac{-7}{6} = \frac{7}{2} \times \frac{-7}{6} = -\frac{49}{12} = -4.08333... = -4.08\overline{3}$

[1-4-2] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على اعدادٍ بالصورة العلميةِ باستعمالِ الحاسبة
Using Calculator to Simplify Numerical Sentence Contain Scientific Notation of Numbers

تعلمت سابقا كيفية كتابة العدد بالصورة العلمية من الصورة القياسية (الرقمية) وبالعكس .والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على ضرب وقسمة أعداد بالصورة العلمية (استعمال الحاسبة) وكالاتي :

1) أجري العمليات على الكسور العشرية اولاً وحسب الترتيب (باستعمال الحاسبة) .
2) جد ناتج قوى العشرة .
3) حرك الفارزة بما يتطلبه الناتج .

مثال (4) استعملِ الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ للعددِ:

i) $(3.1 \times 10^4)(7.6 \times 10^{-3}) = (3.1 \times 7.6)(10^4 \times 10^{-3})$ احصرْ بين الاقواسِ العملياتِ ذات الأولوية

$= 23.56 \times 10$ جد ناتجِ قسمةِ الكسور العشريةِ وناتج قوى العشرة

$= 2.356 \times 10^2$ حرّكِ الفارزةَ بحيث يبقى العدد الصحيح من مرتبةٍ واحدةٍ

ii) $(1.05 \times 10^{-5})(0.9 \times 10^{-4}) = (1.05 \times 0.9)(10^{-5} \times 10^{-4})$

$= 0.945 \times 10^{-9} = 9.45 \times 10^{-10}$

iii) $(12.5 \times 10^{-3})(9.08 \times 10^7) = (12.5 \times 9.08)(10^{-3} \times 10^7) = 113.5 \times 10^4 = 1.135 \times 10^6$

iv) $\frac{7.29 \times 10^6}{0.09 \times 10^4} = (7.29 \div 0.09)(10^6 \times 10^{-4})$ احصرْ بين الاقواسِ العملياتِ ذات الأولوية

$= 81 \times 10^2$ جد ناتجِ قسمةِ الكسور العشريةِ وناتج قوى العشرة

$= 8.1 \times 10^3$ حرّكِ الفارزةَ بحيث يبقى العدد الصحيح من مرتبةٍ واحدةٍ

v) $\frac{2.25 \times 10^{-7}}{0.005 \times 10^{-2}} = (2.25 \div 0.005)(10^{-7} \times 10^2) = 450 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-3}$

تأكدَّ من فهمك

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتجَ الجمعِ و الطرحِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

الأسئلة (1 - 4)
مشابهة الى المثال(2)

1 $\frac{2}{3} - \frac{5}{8} = ...$

2 $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = ...$

3 $\frac{7}{2} + \frac{9}{4} - \frac{13}{12} = ...$

4 $\frac{21}{5} - \frac{17}{10} - \frac{3}{11} = ...$

استعملِ الحاسبةَ لتكتب ناتجَ الضربِ والقسمةِ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

الأسئلة (5 - 8)
مشابهة الى المثال (3)

5 $\frac{4}{7} \times \frac{21}{12} = ...$

6 $\frac{6}{11} \div \frac{42}{-22} = ...$

7 $\frac{15}{9} \times \frac{36}{75} \div \frac{12}{35} = ...$

8 $\frac{13}{5} \div \frac{39}{15} \times \frac{-11}{9} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ للعددِ:

الأسئلة (9 - 12)
مشابهة الى المثال (4)

9 $(2.7 \times 10^{3})(6.6 \times 10^{-7}) = ...$

10 $(5.08 \times 10^{-6})(0.8 \times 10^{-3}) = ...$

11 $\frac{6.25 \times 10^{8}}{0.5 \times 10^{3}} = ...$

12 $\frac{1.69 \times 10^{-6}}{0.13 \times 10^{-2}} = ...$

تدربْ وحلّ التمرينات

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتجَ الجمعِ و الطرحِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ:

13 $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = ...$

14 $\frac{1}{4} - \frac{5}{2} = ...$

15 $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} - \frac{7}{6} = ...$

16 $\frac{8}{3} - \frac{5}{4} - \frac{7}{8} = ...$

استعملِ الحاسبةَ لتكتب ناتجَ الضربِ والقسمةِ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

17 $\frac{1}{8} \times \frac{56}{3} = ...$

18 $\frac{-2}{7} \div \frac{16}{-49} = ...$

19 $\frac{24}{25} \times \frac{5}{4} \div \frac{18}{35} = ...$

20 $\frac{17}{2} \div \frac{51}{-8} \times \frac{9}{22} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ للعددِ:

21 $(1.3 \times 10^{-4})(9.1 \times 10^{-6}) = ...$

22 $(0.02 \times 10^{-5})(0.4 \times 10^{3}) = ...$

23 $\frac{2.256 \times 10^{-2}}{0.16 \times 10^{4}} = ...$

24 $\frac{2.25 \times 10^{5}}{0.25 \times 10^{3}} = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



25 **حوتٌ:** الحوت هو أضخم الحيوانات الحيّة على الإطلاق، بما فيها البرية والبحرية، وهو من الحيوانات الثدية،وضعت انثى الحوت اربعة عجول طول اثنين منهما نسبة لطول الحوت الام هو $\frac{1}{5}$،$\frac{4}{15}$ متر. اكتب مجموعَ طول العجلين بكسرٍ عشري.



26 **سلطةُ خضارٍ:** عملت ساره صحن سلطة خضار واضافت اليه 4 حبات فراولة وزن كل واحدة $1.5\times10^{-2}kg$ و 12 حبة زيتون وزن الواحدة $0.06\times10^{-1}kg$. اكتب الوزن الكلي المضافَ الى السلطة بالصورة العلمية .



27 **تعليمٌ:** كانت نسبة النجاح النهائية للدورين الأول والثاني في احدى المدارس الثانوية $\frac{19}{20}$، مانسبة النجاح في الدور الثاني إذا كانت نسبة النجاح للدور الأول هو $\frac{19}{25}$ ؟ اكتب العدد بصورة كسرٍ.

فَكِّر

28 **تحدٍّ:** استعملِ الحاسبةَ لتكتب الناتجَ على صورة كسرعشري:

i) $\frac{3}{7}\times\frac{35}{6}+\frac{10}{13}\times\frac{26}{-6}=$ ......

ii) $\frac{5}{22}\div\frac{20}{33}-\frac{7}{13}\div\frac{42}{26}=$ ......

29 **أُصحّح الخطأ:** استعملت خلود الحاسبة وكتبت ناتج المقدار كما يأتي:

$(6.7\times10^{3})(2.8\times10^{-7})=1.876\times10^{-4}$

حدد خطأ خلود وصححه .

30 **حسٌ عدديٌّ:** هل أن العدد $\frac{23.5\times10^{-3}}{2.35\times10^{-2}}$ يقع بين العددين 2 ، 0 ؟ وضّح اجابتك.

أُكتب

الناتجَ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

$\frac{9}{4}\div\frac{63}{-12}\times\frac{-2}{3}=$ ......

الدرسُ [1-5]

تبسيطُ الجملِ العدديةِ الكسريةِ

Simplifies Fraction Numerical Sentences

تعلم

فكرةُ الدرسِ

- تبسيط جملةٍ عدديةٍ كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى وصورةٍ علمية للعدد.

المفردات

- جذرٌ .
- مربعٌ كاملٌ.

على احدى رحلات شركة الخطوط الجوية العراقية من بغداد الى اسطنبول، باعت الشركة تذكرة الدرجة الأولى بسعر 5.5×10^5 دينار والدرجة السياحية 46.5×10^4 دينار. إذا كانت الطائرة تتسع 180 كرسياً، 12 منها للدرجة الأولى والباقي للدرجة السياحية، ما المبلغ الذي تجنيه الشركة إذا بيعت كل التذاكر؟



[1-5-1] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ تحتوي على قوى وصورةٍ علمية للعدد

Simplifies Numerical Sentence Contain Powers and Scientific Notation Number

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على ضرب وقسمة فقط لأعداد بالصورة العلمية ،والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على جمع وطرح فضلاً عن الضرب والقسمة لأعداد بالصورة العلمية ولإيجاد ناتج جمع أو طرح حدين يحتويان على صورة علمية للعدد نتبع إحدى الطريقتين:

الطريقة الأولى: مساواة قوى العشرة للحدين واخراجها بوصفها عاملاً مشتركاً ثم اجراء عملية الجمع أو الطرح للكسرين العشريين بعد حصرهما بين قوسين وكتابة ناتجهما مضروباً في قوى العشرة، ثم تعديل قوى العشرة بما يتطلبه كتابة بالصورة العلمية.

الطريقة الثانية: كتابة كل عدد بالصورة الرقمية من الصورة العلمية له، ثم اجراء عملية الجمع أو الطرح وبعدها ارجاع العدد الى الصورة العملية أو بحسبِ يتطلبه السؤال .

مثال (1) جد المبلغ الذي تجنيه الشركة إذا باعت جميع تذاكر السفر للطائرة .

الطريقة الأولى:

مساواة قوى العشرة للحديين $46.5 \times 10^4 = 4.65\times 10^5$

سعر تذاكر الدرجة الأولى $12 \times 5.5 \times10^5 = 66 \times 10^5$

سعر تذاكر الدرجة السياحية $168 \times 4.65 \times 10^5 = 781.2 \times 10^5$

اخراج قوى العشرة بوصفها عاملاً مشتركاً $66\times10^5 + 781.2 \times10^5 = (66 +781.2) \times10^5$

المبلغ الكلي للتذاكر بالدينار العراقيِّ $= 847.2 \times10^5 = 8.472 \times10^7$

الطريقة الثانية:

سعر تذاكر الدرجة الأولى $12 \times 5.5 \times10^5 = 66 \times 10^5 = 6\ 600\ 000$

سعر تذاكر الدرجة السياحية $168 \times 46.5 \times 10^4 = 7812 \times 10^4 = 78\ 120\ 000$

المبلغ الكلي للتذاكر بالدينار العراقيِّ $6\ 600\ 000 + 78\ 120\ 000 = 84\ 720\ 000$

كتابة العدد بلصورة العلمية $= 8.472 \times10^7$

ملاحظة: يمكنك استعمال الحاسبة في اجراء العمليات على الكسور العشرية.

مثال (2) بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتبِ الناتج بالصورةِ العلميةِ:

i) $4.1\times10^{-5} + 0.61\times10^{-4} = 4.1\times10^{-5} + 6.1\times10^{-5} = (4.1 + 6.1)\times10^{-5}$

$= 10.2\times10^{-5} = 1.02\times10^{-4}$

ii) $7.6\times10^{-4} - 0.23\times10^{-3} = 7.6\times10^{-4} - 2.3\times\times10^{-4} = (7.6 - 2.3)\times10^{-4} = 5.3\times10^{-4}$

iii) $2.3\times10^{-2} + 0.176\times10^{3} = 0.023 + 176 = 176.023 = 1.76023\times10^{2}$

iv) $300.1\times10^{-2} - 0.005\times10^{4} = 3.001 - 50 = -46.999 = -4.6999\times10$

v) $(6.3\times10^{3})(8.2\times10^{-7}) = (6.3\times8.2)(10^{3}\times10^{-7}) = 51.66\times10^{-4} = 5.166\times10^{-3}$

[1-5-2] تبسيطُ جملةٍ عدديةٍ كسرية تحتوي على جذورٍ وقيمٍ مطلقةٍ وقوى
Simplifies Numerical Sentence Contain Roots and Absolute Values and Powers

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ تحتوي على اعداد نسبية باستعمال ترتيب العمليات، والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملةٍ عدديةٍ كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى لأعداد وسوف نتبع الخطوات السابقة نفسها التي تعلمتها في تبيسط الجمل العددية وهي :

1- تبسيط كل حد من الحدود بأبسط صورة وذلك بالتخلص من الجذور والقيم المطلقة للعدد وتبسيط القوى .

2- استعمال ترتيب العمليات لتبسيط المقدار مع إعطاء الأولية للعمليات داخل الأقواس .

مثال (3) بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتب الناتجَ بأبسط صورةٍ :

i) $\frac{4}{3} - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{-2}{\sqrt{16}} = \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - \frac{-2}{4}$ إيجاد قيم الجذور وكتابة الكسور بابسط صورة

$= (\frac{4}{3} - \frac{5}{3}) - \frac{-1}{2}$ حصر العمليات التي لها أولوية بين قوسين

$= -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6}$ جمع الكسرين وإيجاد الناتج

ii) $\frac{1}{23}(\frac{|-15|}{7} - \frac{\sqrt[3]{-8}}{-4}) - \frac{1}{28} = \frac{1}{23}(\frac{15}{7} - \frac{1}{2}) - \frac{1}{28} = \frac{1}{23}(\frac{30-7}{14}) - \frac{1}{28}$

$= (\frac{1}{23}\times\frac{23}{14}) - \frac{1}{28} = \frac{1}{14} - \frac{1}{28} = \frac{2-1}{28} = \frac{1}{28}$

iii) $\frac{\sqrt[3]{-125}}{36}\times\frac{|-6|}{10} + \frac{9}{4}\div\frac{18}{\sqrt[3]{-8}} = (\frac{-5}{36}\times\frac{6}{10}) + (\frac{9}{4}\div\frac{-18}{2}) = \frac{-1}{12} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3}$

iv) $\frac{1}{3^2}\times3^4\div(-3)^{-1} + 3^{-2} = (3^{-2}\times3^4)\div(-3^{-1}) + 3^{-2}$

$= \frac{3^2}{-3^1} + \frac{1}{3^2} = -3 + \frac{1}{9} = \frac{-26}{9}$

v) $(-1)^{-2} - (-8)^0 + \frac{\sqrt{25}}{3^2}\div\frac{25}{-12} = 1 - 1 + (\frac{5}{3^2}\times\frac{-12}{25}) = 0 + (\frac{-4}{15}) = -\frac{4}{15}$

تَأكَّدْ من فهمِكَ

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتب الناتجَ بالصورةِ العلميةِ:

الأسئلة (1-8) مشابهة للمثال (2)

1) $7.3\times10^{4} + 3.6\times10^{4} = ...$

2) $1.5\times10^{-3} - 5.42\times10^{-3} = ...$

3) $5.2\times10^{3} + 0.61\times10^{5} = ...$

4) $2.4\times10^{-6} + 0.21\times10^{-4} = ...$

5) $7.6\times10^{-5} - 0.23\times10^{-4} = ...$

6) $7.4\times10^{-2} + 0.176\times10^{2} = ...$

7) $(9.9\times10^{2})(81.8\times10^{-2}) = ...$

8) $(5.3\times10^{4})(7.2\times10^{-9}) = ...$

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتب الناتجَ بأبسطِ صورةٍ:

الأسئلة (9-14) مشابهة للمثال (3)

9) $\frac{2}{5} - \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{-8}} - \frac{3}{\sqrt{25}} = ...$

10) $\frac{1}{14}\left(\frac{|-11|}{2} - \frac{\sqrt[3]{-64}}{3}\right) - \frac{1}{4} = ...$

11) $\frac{\sqrt[3]{-216}}{7} \times \frac{|-21|}{12} + \frac{-5}{\sqrt{16}} = ...$

12) $\frac{\sqrt[3]{-27}}{15} \div \frac{6}{|-5|} + \frac{-7}{\sqrt{144}} = ...$

13) $\frac{1}{5^{-2}} \times 5^{-4} \div (-5)^{-3} + 5^{-1} = ...$

14) $(-1)^{-4} - (-9)^{0} + \frac{\sqrt{49}}{2^{3}} \div \frac{7}{-12} = ...$

تدرّبْ وحلّ التمريناتِ

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتب الناتجَ بالصورةِ العلميةِ:

15) $2.8\times10^{5} + 1.2\times10^{5} = ...$

16) $3.1\times10^{-4} - 4.02\times10^{-4} = ...$

17) $6.4\times10^{2} + 0.73\times10^{4} = ...$

18) $7.2\times10^{-5} + 0.95\times10^{-3} = ...$

19) $4.6\times10^{-3} - 0.56\times10^{-5} = ...$

20) $9.1\times10^{-4} + 0.53\times10^{3} = ...$

21) $(8.2\times10^{-6})(9.6\times10^{2}) = ...$

22) $(7.7\times10^{3})(2.7\times10^{-8}) = ...$

بسطِ الجملَ العدديةَ الكسريةَ التاليةَ واكتب الناتجَ بأبسطِ صورةٍ:

23) $\frac{1}{7} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{-27}} - \frac{-6}{\sqrt{49}} = ...$

24) $\frac{-2}{17}\left(\left|\frac{-8}{-15}\right| - \frac{\sqrt[3]{-125}}{3}\right) + \frac{-2}{5} = ...$

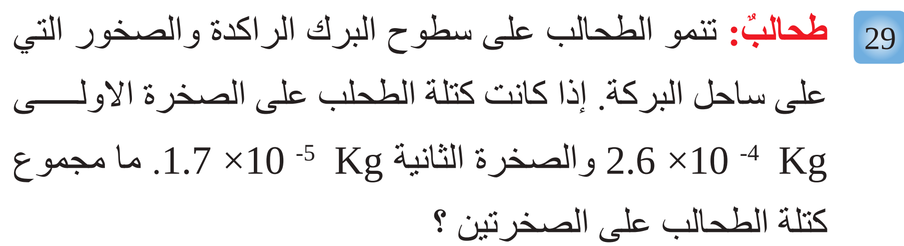
25) $\frac{\sqrt[3]{-27}}{4} \times \frac{|-8|}{9} + \frac{5}{14} \div \frac{-15}{\sqrt{49}} = ...$

26) $\frac{\sqrt[3]{-8}}{6} \div \frac{5}{|-12|} - \frac{3}{20} \times \frac{-8}{\sqrt{81}} = ...$

27) $\frac{1}{7^{-3}} \times 7^{-5} \div (-7)^{-2} + 7^{-1} = ...$

28) $(-1)^{-5} - (-1)^{0} + \frac{2^{3}}{6^{2}} \div \frac{-5}{18} = ...$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

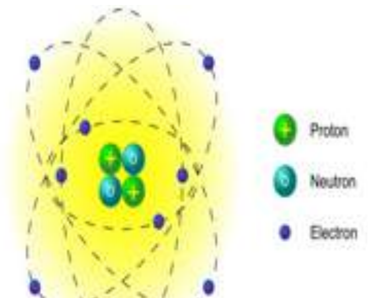




29 **طحالبٌ:** تنمو الطحالب على سطوح البرك الراكدة والصخور التي على ساحل البركة. إذا كانت كتلة الطحلب على الصخرة الاولـــى 2.6×10^{-4} Kg والصخرة الثانية 1.7×10^{-5} Kg. ما مجموع كتلة الطحالب على الصخرتين ؟



30 **الضوءُ:** تبلغُ المســـافةُ التي يقطعها الضـــوء في سنةٍ واحـدةٍ 9.46×10^{12}km . كـم تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء فـي 4.5×10^{3} سنة ؟



31 **الذرةُ:** البروتون من مكونات الذرة وله شحنةٌ كهربيةٌ موجبةٌ تعادل تماما الشحنة التي يحملها الإلكترون إلا أن الإلكترون شحنتهُ سالبةٌ، وكتلة البروتون تقريباً 1.67×10^{-27} kg وكتلة الألكترون تقريباً 9.11×10^{-31} Kg . ما الفرق بين كتليهما ؟

فكِّر

32 **تحدٍّ:** بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

i) $\frac{\sqrt[3]{-27}}{3^{-2}} \times \frac{\left|-3^{-3}\right|}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-2^{3}}{\sqrt{25}} = ...$

ii) $\frac{7}{16} \div \sqrt{\frac{49}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} \div \frac{15}{-3} = ...$

33 **أصحّح الخطأ:** استعملت سندس الحاسبة وكتبت ناتج المقدار بالصورة العلمية:

$(5.4 \times 10^{-4})(3.6 \times 10^{-5}) = 19.44 \times 10^{-5}$

حدد خطأ سندس وصححه .

34 **حسٌّ عدديٌّ:** هل أن العدد $\frac{3.2 \times 10^{-3}}{6.4 \times 10^{-4}}$ يقع في منتصف المسافة بين العددين 10، 0 ؟ وضح اجابتك.

أُكتبِ

الناتج على صورةِ كسرٍعشريٍّ:

$(-1)^{-4} - (-5)^{0} + \frac{5^{-4}}{5^{-3}} \div (\frac{1}{2})^{0} = ...$

الدرسُ]1-6[

خطةُ حلِّ المسألةِ (تحديد معقوليةِ الإجابة)

Problem solving Plan (Determining Feasibility Answer)

تَعَلَّمْ

فكرةُ الدرسِ

- استعمال تحديد معقولية الاجابة في حل المسألة .

اذا كان 25% من الرحلات السياحية في احدى البلدان تضمن رحلاتٍ بحريةٍ علما ان عدد الرحلات جميعها 580 رحلةً، فهل تمثل 145 رحلةً تقديرا معقولا ام 160 رحلةً ؟



افهم

ما المعطياتُ في المسألةِ : عدد الرحلات جميعها 580 رحلة اما الرحلات البحرية فهي تمثل 25% رحلة من مجموع الرحلات .

ما المطلوبُ في المسألةِ : عدد الرحلات البحرية أهي 145 ام 160 .

خطط

كيف تحلّ المسألةَ ؟ بما ان 25% اي $\frac{1}{4}$ هي رحلاتٌ بحريةٌ فيمكن تقسيم العدد على أربعةِ اقسام متساوية .

حلّ

قرّبْ 580 الى 600

$\frac{1}{4} \times 600 = 150$

145 اقرّبُ الى 150 من 160

لذا فان من المعقول ان يكون عدد الرحلات البحرية 145 رحلةً .

تحقق

جِدْ 25% من 580

$\frac{1}{4} \times 580 = 145$

لذا التقديرُ المعقولُ هو 145 رحلةً.

مسـائل Problems

حلِ المسائلَ التاليةَ باستراتيجيةِ (تحديدِ معقوليةِ الاجابةِ)

1 **رياضةٌ:** يمثلُ الشكلُ التالي نسب 3 انواع من النشاطات الرياضية التي يفضلها طلاب الصف الثاني المتوسط وعددهم 260 طالباً، ما التقدير المعقول لعدد الطلاب الذين لايفضلون كرة القدم؟ هو 70 ، 60 ، 50



80% كرة قدم
5% كرة سلة
15% كرة منضدة

80% كرة قدمٍ، 15% كرة منضدةٍ، 5% كرة سلةٍ.



2 **توفيرٌ:** توفر زينب 10^5 دينار كل 6 اشهر ، ما المبلغ الذي توفره زينب خلال 62 شهر ؟ أيكون التقدير المنطقي 10^7 ام 10^6؟



3 **مدرسةٌ:** باع حانوت مدرسة 150 قطعة حلوى ثمنُ كلِّ منها 1500 دينار اذا كانتْ حصة المدرسة 25% من مبيعات الحانوتِ . هل تقدير حصة المدرسة 50000 أم 60000 دينار ؟



4 **تعليمُ:** يمثل الجدولُ التالي نجاح الطلاب بـ 3 مواد وكان العددُ الكلي للطلاب 160 طالب، ما التقدير المعقول لعددِ الطلابِ الناجحين في مادة الرياضيات ؟ أهو 130 ، ام 140 .

انكليزي	علوم	رياضيات
60%	70%	80%

مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Digital Notation	صورةٌ رقميةٌ	Rational Numbers	الاعداد النسبية
Base	أساسٌ	Ordering Operations	ترتيب العمليات
Digital Calculator	حاسبة رقمية	Numerical Sentence	جملةٍ عدديةٍ
Recurring Decimal Fraction	كسرٌ عشريٌّ دوريٌّ	Division	قسمة
		Multiplication	ضربٌ
Recurring	دوريٌّ	Addition	جمعٌ
Decimal	عشريٌّ	Subtraction	طرحٌ
Fraction	كسرٌ	Power	قوة (أس)
Finite Decimal Fraction	كسرٌ عشريٌّ منته	Scientific Notation	صورة علمية
		Properties	خصائص
Simplify	تبسيط	Raise	رفعٌ
Contain	يحتوي	Calculator	حاسبة يدوية

الدرسُ [1-1] ترتيب العمليات على الاعداد النسبية

مثال1: استعمل جمع الأعدادِ النسبيةِ وطرحها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$\frac{1}{2} - \frac{8}{12} - \frac{12}{72} = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{1\times3 - 2\times2 - 1}{6} = -\frac{1}{3}$$

مثال2: استعمل ضرب الأعدادِ النسبيةِ وقسمتها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$-3\frac{1}{2} \times 4\frac{2}{3} \div 8\frac{1}{6} = -\frac{7}{2} \times \frac{14}{3} \div \frac{49}{6}$$

$$= \frac{7\times14}{2\times3} \div \frac{49}{6} = \frac{98}{6} \div \frac{49}{6}$$

$$= \frac{98}{6} \times \frac{6}{49} = 2$$

تدريب1: استعمل جمع الأعدادِ النسبيةِ وطرحها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{7}{3} + 1\frac{1}{5} - \frac{9}{15} =$ ....

....

....

ii) $5.17 - 1.8 - 4.7 =$ ....

....

تدريب2: استعمل ضرب الأعدادِ النسبيةِ وقسمتها لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$\frac{54}{10} \div \frac{-1}{5} \times \frac{-7}{8} =$ ....

....

....

....

الدرسُ [2-1] القوى (الأسس) السالبة والصورة العلمية للعدد

مثال1: احسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

i) $-7^{-2} = \frac{-1}{7^2} = -\frac{1}{49}$

ii) $(-3)^{-3} = \frac{1}{(-3)^3} = \frac{1}{-27} = -\frac{1}{27}$

تدريب1: احسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

i) $-5^{-3} =$ ....

ii) $(-9)^{-2} =$ ....

مثال2: اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

i) $2.6 \times 10^4 = 26000$

ii) $1.03 \times 10^5 = 103000$

تدريب2: اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

i) $4.1 \times 10^3 =$ ....

ii) $7.02 \times 10^6 =$ ....

مثال3: اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

i) $63100 = 6.31 \times 10^4$

ii) $789000 = 7.89 \times 10^5$

تدريب3: اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

i) $806000 =$ ....

ii) $1140000 =$ ....

الدرسُ [3-1] خصائص القوى (الأسس)

مثال1: اضرب واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

i) $2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-1} = 2^{3-5-1} = 2^{-3}$

ii) $(-7)^5 \times 3^{-4} \times 21^3 = -7^5 \times 3^{-4} \times 7^3 \times 3^3$

$= -7^8 \times 3^{-1}$

مثال2: اقسم واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

i) $\frac{9^2}{9^5} = 9^2 \times 9^{-5} = 9^{2-5} = 9^{-3}$

ii) $\frac{(-16)^2}{(-8)^3} = \frac{(-2^4)^2}{(-2^3)^3} = \frac{2^{4\times2}}{-2^{3\times3}}$

$= \frac{2^8}{-2^9} = -2^{8-9} = -2^{-1}$

تدريب1: اضرب واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

i) $7^4 \times 7^{-6} \times 7^0 =$ ....

....

ii) $(-3)^6 \times 5^{-2} \times 15^4 =$........................

....

تدريب2: اقسم واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

i) $\frac{5^6}{5^{-3}} =$ ....

ii) $\frac{(-27)^3}{(-9)^2} =$ ....

الدرسُ [1-4] الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة)

مثال 1: استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع أو الطرح على صورة كسرعشري:

$$\frac{3}{5} - \frac{7}{12} = \frac{3\times12 - 7\times5}{60}$$

$$= \frac{1}{60} = 0.016$$

تدريب 1: استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع أو الطرح على صورة كسرعشري:

$\frac{5}{6} - \frac{6}{9} =$ ....

....

مثال 2: استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب بالصورة العلمية:

$(5.3 \times 10^{6})\ (4.7 \times 10^{-3}) = 24.91 \times 10^{6-3}$

$= 24.91 \times 10^{3} = 2.491 \times 10^{4}$

تدريب 2: استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب بالصورة العلمية:

$(7.1 \times 10^{5})\ (3.8 \times 10^{-2}) =$ ....

....

الدرسُ [1-5] تبسيط الجمل العددية الكسرية

مثال1: بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

$$\frac{2}{5} - \frac{\sqrt{25}}{2} - \frac{-7}{\sqrt{16}} = \frac{2}{5} - \frac{5}{2} + \frac{7}{4}$$

$$\frac{2\times4 - 5\times10 + 7\times5}{20} = -\frac{7}{20}$$

تدريب1: بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

$\frac{1}{2}\left(\frac{|-8|}{5} - \frac{\sqrt[3]{125}}{-2}\right) - \frac{1}{20} =$ ....

....

مثال2: بسط الجملة العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية:

$4.06 \times 10^{5} - 7.23 \times 10^{4}$

$= 4.06 \times 10^{5} - 0.723 \times 10^{5}$

$= (4.06 - 0.723) \times 10^{5}$

$= 3.337 \times 10^{5}$

تدريب2: بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية:

$5.02 \times 10^{6} - 4.32 \times 10^{4} =$ ....

....

Chapter Test اختبار الفصل

استعمل ترتيبَ العملياتِ على الأعدادِ النسبيةِ لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ :

1 $\frac{-8}{22} \times \frac{11}{-4} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{4} = ...$

2 $\frac{9}{5} \div \frac{-22}{25} - \frac{9}{4} \times$

3 $\frac{7}{4} - \frac{-5}{12} \times \frac{48}{15} \div \frac{8}{21} = ...$

4 $6.03 \times 1.5 - 4.03 \times 0.9 = ...$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي:

5 $\frac{1}{3} + 3^{-2} + (-1)^{-4} \times \frac{1}{6} = ...$

6 $(-3)^{-3} - (8)^{0} + 1^{3} + \frac{1}{9} = ...$

7 $4^{-2} - 2^{4} - (-5)^{2} - \frac{1}{5} = ...$

8 $(-4)^{0} - (-6)^{-2} + 1^{-4} - \frac{1}{6} = ...$

اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

9 $3.4 \times 10^{4} = ...$

10 $2.14 \times 10^{-5} = ...$

11 $8.05 \times 10^{-6} = ...$

اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

12 $720000 = ...$

13 $0.00012 = ...$

14 $0.0000066 = ...$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة :

15 $5^{-6} \times 5^{2} = ...$

16 $(-1)^{-4} \times 1^{-3} = ...$

17 $9^{-5} \times (\frac{1}{3})^{5} = ...$

18 $(\frac{1}{2})^{-1} \times (\frac{1}{2})^{-3} \times (\frac{1}{2})^{6} = ...$

19 $12^{-3} \times (-3)^{4} \times (3)^{5} = ...$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة :

20 $\frac{5^{-4}}{5^{9}} = ...$

21 $(7^{-3})^{-2} = ...$

22 $\frac{50 \times 5^{-6}}{5^{3} \times 8} = ...$

23 $\frac{(-3)^{4} \times 3^{3} \times (-9)^{5}}{3^{-6} \times (-3^{4})^{3}} = ...$

24 $\frac{(-8)^{3} \times 2^{-2} \times (-4^{-2})}{2^{-7} \times (2^{3})^{3}} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ الناتجَ على صورة كسرٍ عشريٍّ:

25 $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = ...$

26 $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = ...$

27 $\frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = ...$

28 $\frac{1}{6} \times \frac{48}{3} = ...$

29 $\frac{2}{-7} \div \frac{18}{35} = ...$

30 $\frac{3}{5} \times \frac{7}{15} \div \frac{14}{35} = ...$

استعمل الحاسبةَ لتكتبَ ناتجَ الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد :

31 $(3.5 \times 10^{-6})(8.1 \times 10^{-3}) = ...$

32 $\frac{7.29 \times 10^{7}}{0.09 \times 10^{3}} = ...$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسطِ صورةٍ :

33 $\frac{\sqrt[3]{-27}}{5} \times \frac{|-35|}{9} + \frac{2}{28} \times \frac{-7}{\sqrt[3]{8}} = ...$

34 $\frac{6}{\sqrt{49}} \div \frac{|-54|}{-7} - \frac{\sqrt[3]{-125}}{3} \times \frac{-15}{6} = ...$



الأعدادُ الحقيقيةُ The Real Numbers

الحرباء (خمايليون Chameleon) حيوان بيوض من الزواحف، توجد في كل أنحاء العالم تقريباً، تعرف الحرباء بقدرتها على تغيير لونها، ويبلغ أكبر طول لذكر الحرباء68.5cm، إن هذا العدد هو عدد نسبي ويمكنك كتابته بصيغة كسر اعتيادي أو عدد كسري.

الاختبارُ القبليُّ Pretest

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

1) $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{2} = \ldots\ldots$

2) $3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{4} - \frac{7}{2} = \ldots\ldots$

3) $\frac{2}{7} - 2\frac{1}{6} - \frac{5}{12} = \ldots\ldots$

4) $3.12 - 3.07 + 1.5 = \ldots$

5) $0.14 + 0.92 - 0.76 = \ldots$

6) $5.12 - 0.37 - 6.96 = \ldots$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

7) $2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} = \ldots$

8) $\frac{22}{5} \div \frac{-11}{15} \times \frac{-1}{3} = \ldots$

9) $2.5 \times 4.05 \div (-1.2) = \ldots$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كل مما يأتي:

10) $\frac{1}{5} + 5^{-2} - (-5)^{-3} = \ldots\ldots$

11) $3^{-3} - (-3)^{0} - 3^{-2} = \ldots\ldots$

12) $-2^{-2} + 1^{3} - (-4)^{-2} = \ldots\ldots$

13) $(9)^{0} - (-4)^{2} - 1^{-5} = \ldots\ldots$

أكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

14) $5.3 \times 10^{3} = \ldots\ldots$

15) $2.04 \times 10^{5} = \ldots\ldots$

16) $1.17 \times 10^{-4} = \ldots\ldots$

17) $61.4 \times 10^{-6} = \ldots\ldots$

أكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

18) $65300 = \ldots\ldots$

19) $108000 = \ldots\ldots$

20) $0.0043 = \ldots\ldots$

21) $0.000276 = \ldots\ldots$

بسط واكتب ناتج الضرب والقسمة كقوة واحدة:

22) $3^{5} \times 3^{2} = \ldots\ldots$

23) $7^{0} \times 7^{-4} = \ldots\ldots$

24) $6^{-1} \times 6^{-5} = \ldots\ldots$

25) $\frac{5^{4}}{5^{7}} = \ldots\ldots$

26) $\frac{2^{-4}}{8} = \ldots\ldots$

27) $\frac{6 \times 3^{-3}}{2^{5} \times 3} = \ldots\ldots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع و الطرح على صورة كسر عشري:

28) $\frac{1}{4} - \frac{5}{2} = \ldots\ldots$

29) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \ldots\ldots$

30) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{13}{6} = \ldots\ldots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

31) $\frac{2}{7} \times \frac{28}{6} = \ldots\ldots$

32) $\frac{7}{3} \div \frac{56}{-21} = \ldots\ldots$

33) $\frac{15}{9} + \frac{81}{60} - \frac{27}{8} = \ldots\ldots$

أكتب مثالاً واحداً لكل خاصية من الخواص الآتية :

34) لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \le b$ فإن $a + c \le b + c$

35) لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a > b$ وأن $c < 0$ فإن $a\,c < b\,c$

36) لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \ge b$ وأن $c < 0$ فإن $\frac{a}{c} \le \frac{b}{c}$



الدرس [2-1]

مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد
Concept of Real Numbers and Represent on a Number Line

فكرةُ الدرسِ

- التعرف إلى مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد ومقارنتها وترتيبها .

المفردات

- العدد النسبي.
- العدد غير النسبي.
- العدد الحقيقي.

تَعَلَّمْ

رسم أحمد لوحة فنية تمثل احدى المعالم الأثرية، وفي اعلى مقدمة البناء يظهر المثلث القائم الزاوية، واطوال الضلعين القائمين في اللوحة هو 3m،2m جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا؟



[2-1-1] مفهوم الأعداد الحقيقية Concept of Real Numbers

تعرفت سابقا إلى الأعدادِ النسبيةِ والتي يمكن كتابتها على شكل كسر أو عدد عشري منته أو عددٍ عشريّ دوري، مثلاً : $4\frac{1}{2} = 4.5$ ، $2\frac{5}{3} = \frac{11}{3}$ ، $\frac{4}{3} = 1.\overline{3}$ ، $\sqrt{1.69} = 1.3$
إما الأعداد غير النسبية فتكتب بوصفها أعداداً عشرية غير منتهية وغير دورية، وأن كل عدد طبيعي لايكتب على شكل مربع كامل، يكون جذره التربيعي عدداً غير نسبي .

مثال : $\sqrt{3} = 1.7320508....$ ، $\sqrt{5} = 2.2360679....$.

وكذلك العدد غير النسبي لايمكن كتابته على صورة الكسر $\frac{a}{b}$ إذ $b \neq 0$.

مجوعة الأعداد الحقيقية (R) تتألف من أتحاد مجموعة الأعداد النسبية (Q) ومجموعة الأعداد غير النسبية (H).

$$R = Q \cup H$$

مثال (1) جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا ؟

نفرض أن طول الوتر هو المتغير x وبتطبيق نظرية فيثاغورس فإن :

$$x^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 9 \Rightarrow x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

وبأستعمال الآلة الحاسبة فإن :

$$x = \sqrt{13} = 3.6055512.....$$

نلاحظ أن قيمة الجذر التربيعي للعدد 13 هو عدد عُشري غير دوري لذا هو عدد غير نسبي (عدد حقيقي).

مثال (2) صنف العددَ من حيث كونهُ عدداً نسبياً أو غير نسبي أو غير حقيقي :

i) $\sqrt{9} = 3$ عدد صحيح،عدد نسبي،عدد حقيقي

ii) $\sqrt{8} = 2.828427...$ عدد غير نسبي، عدد حقيقي

iii) $\frac{0}{5} = 0$ عدد صحيح،عدد نسبي،عدد حقيقي

iv) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ عدد نسبي، عدد حقيقي

v) $\sqrt{-17}$ عدد غير حقيقي

vi) $\frac{4}{0}$ غير معرف

vii) $\sqrt{\frac{16}{5}} = 2.23606...$ عدد غير نسبي،عدد حقيقي

viii) $\frac{10}{3} = 3.33333...$ عدد نسبي،عدد حقيقي

ix) $-3\frac{2}{5} = -3.4$ عدد نسبي،عدد حقيقي

x) $-\sqrt{2} = -1.414213...$ عدد غير نسبي، عدد حقيقي

[2-1-2] تمثيلُ الأعدادِ الحقيقيةِ على مستقيم الأعداد
Represent The Real Numbers on a Number Line

تتمتع الأعداد الحقيقية بخاصية الكثافة وهي أن بين كل عددين حقيقيين يوجد على الاقل عددٌ حقيقيٌ آخر، ولاتنطبق هذه الخاصية على الأعداد الطبيعية أو الأعداد الصحيحة. ويمكن تمثيل الأعداد الحقيقية على مستقيم الأعداد، ونحتاج الى تقريب الأعداد غير النسبية لأقرب جزء من العشرة (عُشر) لتمثيلها على مستقيم الأعداد .

مثال (3) جد عدداً حقيقياً بين العددين $3\frac{2}{5}$، $1\frac{3}{5}$ ومثله على مستقيمِ الأعدادِ .

اجمع العددين واقسم على 2

$(3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5}) \div 2$

$= 4\frac{5}{5} \div 2$

$= 5 \div 2$

$= 2\frac{1}{2}$

1 , $1\frac{3}{5}$, 2 , $2\frac{1}{2}$, 3 , $3\frac{2}{5}$, 4

إذن العدد $2\frac{1}{2}$ هو العدد الذي يقع بين العددين $3\frac{2}{5}$، $1\frac{3}{5}$

مثال (4) قَدرِ الجذور التربيعية التالية لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيمِ الأعدادِ :

i) $\sqrt{5} = 2.2$

-1 , 0 , 1 , 2 , $\sqrt{5}$, 3 , 4

ii) $-\sqrt{3} = -1.7$

-3 , -2 , $-\sqrt{3}$, -1 , 0 , 1 , 2

[2-1-3] مقارنةُ الأعدادِ الحقيقيةِ وترتيبها
Coparison and Arrangement of Real Numbers

تعلمت سابقاً مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها، وبالأسلوب نفسه سوف تقارن الأعداد الحقيقية وترتيبها بعد كتابتها بالصورة العشرية مقربة لأقربِ جزءٍ من العشرة (عُشر).

مثال (5) قارنْ بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (> ، < ، =) :

i) $\sqrt{5}$ [<] $2\frac{1}{2}$, $\sqrt{5} = 2.236...$, $2\frac{1}{2} = 2.5 \Rightarrow 2.236... < 2.5$

ii) $\sqrt{3}$ [>] $\sqrt{1.69}$, $\sqrt{3} = 1.732...$, $\sqrt{1.69} = 1.3 \Rightarrow 1.732... > 1.3$

مثال (6) i) رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر : $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$, $\sqrt{3}$

$\sqrt{7} = 2.645...$, $\sqrt{11} = 3.316...$, $\sqrt{3} = 1.732... \Rightarrow \sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$

ii) رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر : $-\sqrt{8}$, $-2\frac{1}{2}$, -2.9

$-\sqrt{8} = -2.828...$, $-2\frac{1}{2} = -2.5$, $-2.9 \Rightarrow -2\frac{1}{2}$, $-\sqrt{8}$, -2.9

تأكَّدْ من فهمِكَ

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

الأسئلة (1 -10) مشابهة للمثالين(1,2)

1 $\sqrt{16}$ 2 $\sqrt{11}$ 3 $\frac{0}{\sqrt{2}}$ 4 $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 5 $\sqrt{-27}$

6 $\frac{8}{0}$ 7 $\sqrt{\frac{36}{7}}$ 8 $\frac{20}{6}$ 9 $-5\frac{3}{2}$ 10 $-\sqrt{6}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد:

الأسئلة (11 -13) مشابهة للمثال (4)

11 $\sqrt{7} \approx$ .... 12 $-\sqrt{5} \approx$ .... 13 $\sqrt{\frac{8}{25}} \approx$ ....

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (> ، < ، =) :

الأسئلة (14 -16) مشابهة للمثال (5)

14 $\sqrt{3}$ ☐ $3\frac{1}{3}$ 15 $-\sqrt{8}$ ☐ $\sqrt{2.25}$ 16 $\frac{0}{\sqrt{2}}$ ☐ $\frac{0}{5}$

الأسئلة (17 ,18) مشابهة للمثال (6)

17 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر: $\sqrt{2}$, $\sqrt{13}$, 2.236...

18 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر: -2.21 , $-3\frac{1}{4}$, $-\sqrt{6}$

تدربْ وحلّ التمريناتِ

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

19 $\sqrt{25}$ 20 $\sqrt{17}$ 21 $\frac{0}{-6}$ 22 $\sqrt{\frac{4}{36}}$ 23 $\sqrt{-23}$

24 $\frac{13}{0}$ 25 $\sqrt{\frac{49}{5}}$ 26 $\frac{20}{6}$ 27 $-7\frac{4}{5}$ 28 $-\sqrt{8}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر.ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

29 $\sqrt{8} \approx$ .... 30 $-\sqrt{2} \approx$ .... 31 $\sqrt{\frac{25}{21}} \approx$ .... 32 $\sqrt{5.3} \approx$ ....

قارن بين الأعدادِ الحقيقيةِ مستعملاً الرموز (> ، < ، =) :

33 $\sqrt{13}$ ☐ $3\frac{1}{5}$ 34 $-\sqrt{12}$ ☐ $\sqrt{6.25}$ 35 $\frac{0}{\sqrt{5}}$ ☐ $\frac{0}{\sqrt{3}}$

36 رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغرِ الى الأكبرِ : $\sqrt{7}$, $\sqrt{15}$, 1.732...

37 رتِّب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبرِ الى الأصغرِ : -3.06 , $-3\frac{1}{5}$, $-\sqrt{14}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



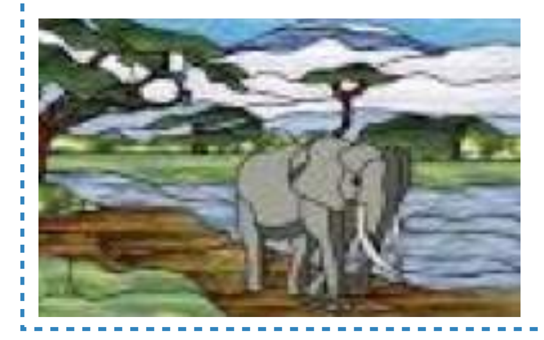
38 **ساحةُ التحريرِ:** ساحة التحرير احدى الساحات الرئيسة في وسط مدينة بغداد، صممت بشكل دائري، محيطها 176m وقطرها 56m. بين أيمثل حاصل قسمة محيط الساحة على قطرها عدداً نسبياً أم عدداً غير نسبي ؟



39 **دلافين:** نزلت ثلاثة دلافين بالأعماق التالية تحت سطح الماء:

$$-10 \times \sqrt{\frac{36}{144}}\ m\ ,\ -10 \times \sqrt{\frac{1}{8}}\ m\ ,\ -10 \times \sqrt{\frac{9}{25}}\ m$$

رَتِّبْ أعماق الدلافين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الأقرب الى سطح الماء الى الأبعد عمقاً وبالأعداد العشرية.



40 **لوحةٌ فنيةٌ:** رسمت لوحة فنية على قطعة زجاج مستطيلة الشكل بعداها 60cm ، 40cm. جد قطر اللوحة الفنية وأيمثل عدداً نسبيا أم عدداً غير نسبي؟

فَكِّرْ

41 **تحدٍ :** تعلمت سابقاً أن محيط الدائرة مقسوماً على قطرها يساوي النسبة الثابتة π وهي عدد غير نسبي . ما قطر الدائرة التي محيطها 12cm ؟ وضح اجابتك .

42 **أصحِّحُ الخطأ :** قالت شيماء إن العدد $\sqrt{\frac{16}{48}}$ يمثل عدداً نسبياً في حين أنّ العدد $\sqrt{\frac{16}{49}}$ عددٌ غير نسبي حدد خطأ شيماء وصححه.

43 **حِسٌّ عدديٌّ :** هل أنّ العددَ $\sqrt{\frac{9}{4}}$ يقع بين العددين $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{2}$ ؟

أُكتبْ

ناتجُ جمعِ العددين الحقيقين بعد تقريبهما لأقرب عُشر : $\sqrt{5} + \sqrt{7} \approx ....$



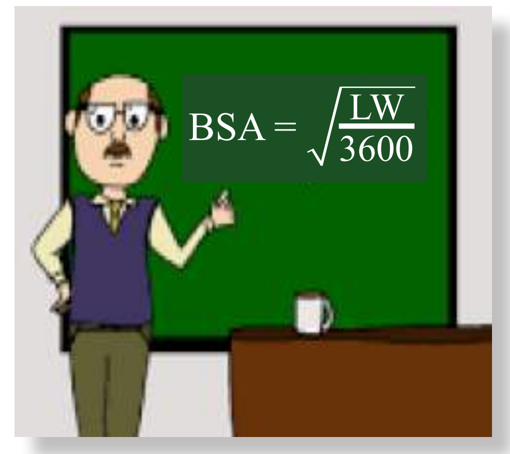
الدرس]2-2[خصائصُ الأعدادِ الحقيقيةِ Properties of Real Numbers

فكرةُ الدرسِ
- التعرف إلى خصائص الأعداد الحقيقية .

المفردات
- خاصية الأبدال.
- خاصية التجميع.
- خاصية التوزيع.
- العنصر المحايد.
- النظير الجمعي.
- النظير الضربي.

تَعَلَّم

قيمة الجذر $\sqrt{\frac{LW}{3600}}$ تمثل المساحة السطحية لجسم الأنسان، إذ إن L يمثل طول الأنسان بالسنتيمتر وW يمثل كتلة جسم الأنسان بالكيلوغرامات وتستعمل المساحة السطحية لجسـم الأنسان في حساب جراءات الأدوية. جدِ المساحةَ السطحيةَ لجسمِ رجلٍ كتلته 80kg وطوله 170cm .



]2-2-1[خاصية الأبدال والتجميع والتوزيع
Commutative Property, Accusative Property, Distributive Property

تعرفت سابقا إلى خواص الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية ،وبالأسلوب نفسه سوف تتعرف إلى خواص الأعداد الحقيقية وهي : خاصية الأبدال، خاصية التجميع، خاصية التوزيع، العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي وتبدأ بالخواص الثلاث الأولى وهي:

الرمز $\forall$ يعني لكل

خاصية الأبدال i) $a+b = b+a \ , \ ab = ba, \ \forall \ a,b \in R$

خاصية التجميع ii) $a+(b+c) = (a+b)+c \ , \ a(bc) = (ab)\,c, \ \forall \ a,b,c \in R$

خاصية التوزيع iii) $a\,(b+c) = ab + ac, \ \forall \ a,b,c \in R$

ملاحظةٌ: عملية الجمع لا تتوزع على عملية الضرب.

مثال (1) جد المساحة السطحية لجسم لشخص كتلته 80kg وطوله 170cm .

القانون الذي يمثل المساحة السطحية لجسم الأنسان هو :

$$BSA = \sqrt{\frac{LW}{3600}}$$

BSA مختصر (Body Surface Area) وهي مساحةُ سطحِ الجسمِ .

والآن بالتعوض عن المتغيرات بالقيم المعطاة :

اكتب 170 على شكل (100+70)

$$BSA = \sqrt{\frac{170 \times 80}{3600}} \Rightarrow BSA = \sqrt{\frac{(100+70) \times 80}{3600}}$$

استعملْ خاصيةَ التوزيعِ

$$\Rightarrow BSA = \sqrt{\frac{100 \times 80 + 70 \times 80}{3600}}$$

$$\Rightarrow BSA \approx 1.943 cm^2$$

مثال (2) اكتب مثالاً لكل خاصيةٍ من الخواص الآتية :

i) $a+b = b+a$, $ab = ba$, $\forall\ a,b \in R \Rightarrow \sqrt{3}+\sqrt{2} = \sqrt{2}+\sqrt{3}$; $\sqrt{2}, \sqrt{3} \in R$

ii) $a+(b+c) = (a+b)+c$, $a(bc) = (ab)c$, $\forall\ a,b,c \in R$

$\Rightarrow \sqrt{3}+(\sqrt{2}+\sqrt{5}) = (\sqrt{3}+\sqrt{2})+\sqrt{5}$, $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in R$

iii) $a(b+c) = ab+ac$, $\forall\ a,b,c \in R \Rightarrow \sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{5}) = \sqrt{7}\sqrt{3}+\sqrt{7}\sqrt{5}$,

$\sqrt{7}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in R$

نشاط: اطلب الى الطلاب إعطاء مثال للجزء الثاني من كلِّ خاصيةٍ.

[2-2-2] العنصرُ المحايدُ، النظيرُ الجمعيُّ و النظيرُ الضربيُّ
Identity Element , Additive Inverse and Multiplicative Inverse

العدد 0 هو المحايد لعملية الجمع (المحايد الجمعي) iv) $a+0 = 0+a = a$, $\forall\ a \in R$

العدد 1 هو المحايد لعملية الضرب (المحايد الضربي) $1 \times a = a \times 1 = a$, $\forall\ a \in R$

النظير الجمعي v) $a+(-a) = (-a)+a = 0$, $\forall\ a, -a \in R$

النظير الضربي vi) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$, $\forall\ a \in R, a \neq 0$

مثال (3) اكتبْ مثالاً لكلِّ خاصية من الخواص الآتية:

iv) $a+0 = 0+a = a$, $\forall\ a \in R \Rightarrow \sqrt{8}+0 = 0+\sqrt{8} = \sqrt{8}$, $\sqrt{8} \in R$

$1 \times a = a \times 1 = a$, $\forall\ a \in R \Rightarrow 1 \times \sqrt{13} = \sqrt{13} \times 1 = \sqrt{13}$, $1, \sqrt{13} \in R$

v) $a+(-a) = (-a)+a = 0, \forall\ a,-a \in R \Rightarrow \sqrt{5}+(-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5})+\sqrt{5} = 0$, $\sqrt{5}, -\sqrt{5} \in R$

vi) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$, $\forall\ a \in R, a \neq 0 \Rightarrow \sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17} = 1$, $\sqrt{17} \in R$

مثال (4) جِد النظير الجمعيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية:

i) $6\sqrt{5}+2$ ii) $\sqrt{3}-\sqrt{11}$ iii) $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}$

i) $6\sqrt{5}+2+(-6\sqrt{5}-2) = (6\sqrt{5}-6\sqrt{5})+(2-2) = 0 \Rightarrow -6\sqrt{5}-2$ هو نظير $6\sqrt{5}+2$

ii) $\sqrt{3}-\sqrt{11}+(-\sqrt{3}+\sqrt{11}) = (\sqrt{3}-\sqrt{3})+(-\sqrt{11}+\sqrt{11}) = 0 \Rightarrow -\sqrt{3}+\sqrt{11}$ هو نظير $\sqrt{3}-\sqrt{11}$

iii) $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}+(2\sqrt{8}-\frac{1}{2}) = (-2\sqrt{8}+2\sqrt{8})+(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow 2\sqrt{8}-\frac{1}{2}$ هو نظير $-2\sqrt{8}+\frac{1}{2}$

جِد النظير الضربيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية :

iv) $\sqrt{\frac{1}{7}}$ v) $-2\sqrt{3}+3$ vi) $-6\frac{2}{5}$

iv) $\sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{1}{\sqrt{7}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{7}} \times \sqrt{7} = 1 \Rightarrow \sqrt{7}$ هو نظير $\sqrt{\frac{1}{7}}$

v) $(-2\sqrt{3}+3) \times \frac{1}{-2\sqrt{3}+3} = 1 \Rightarrow \frac{1}{-2\sqrt{3}+3}$ هو نظير $(-2\sqrt{3}+3)$

vi) $\frac{-32}{5} \times \frac{5}{-32} = 1 \Rightarrow \frac{5}{-32}$ هو نظير $\frac{-32}{5}$

تأكّد من فهمك

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية :

الأسئلة (1 - 3) مشابهة للمثال (2)

1. $a+b = b+a \,,\; ab = ba \,,\; \forall \; a,b \in R$
2. $a+(b+c) = (a+b)+c \,,\; a(bc) = (ab)\,c \,,\; \forall \; a,b,c \in R$
3. $a(b+c) = ab+ac \,,\; \forall \; a,b,c \in R$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

الأسئلة (4 - 9) مشابهة الى المثال (4)

4. $4\sqrt{2}\,-1$
5. $\sqrt{5} + \sqrt{7}$
6. $-9\sqrt{11} + \frac{1}{3}$
7. $-5\sqrt{3}\,+8$
8. $\frac{1}{\sqrt{11}} - 6$
9. $-4\frac{2}{3}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

الأسئلة (10 - 15) مشابهة الى المثال (4)

10. $\sqrt{\frac{1}{5}}$
11. $3\sqrt{7}\,-7$
12. $-11\frac{2}{3}$
13. $-6\sqrt{\frac{1}{3}}$
14. $\sqrt{2} - \frac{1}{3}$
15. $8\frac{1}{2} - 5\frac{5}{2}$

تدربْ وحلّ التمرينات

اكتبْ مثالاً لكل خاصيةٍ من الخواصِ الآتية:

16. $a+0 = 0+a = a, \;\; \forall \; a \in R$
17. $1 \times a = a \times 1 = a \,,\; \forall \; a \in R$
18. $a+(-a) = (-a)+a = 0, \; \forall \, a, -a \in R$
19. $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1, \;\; \forall \; a \in R \,,\, a \neq 0$

جِد النظيرَ الجمعيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية:

20. $-6\sqrt{13} - 5$
21. $-\sqrt{1} - \sqrt{3}$
22. $\sqrt{8} - \frac{1}{9}$
23. $\frac{2}{\sqrt{7}} - \frac{5}{\sqrt{7}}$

جِد النظيرَ الضربيّ للأعدادِ الحقيقيةِ الآتية :

24. $-\sqrt{\frac{1}{8}}$
25. $-5\sqrt{2}\,-5$
26. $\sqrt{3} - \frac{1}{3}$
27. $-4\frac{1}{5}\,-2\frac{3}{5}$

قدّرِ النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريبِ لأقربِ عُشرٍ :

28. $-\sqrt{\frac{1}{5}}$
29. $-\sqrt{\frac{1}{7}}$
30. $\sqrt{\frac{13}{16}}$
31. $\sqrt{\frac{1}{7.3}}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



32 **شاشةُ تلفاز:** اشترت مروه تلفاز طول شاشتهِ 48cm وعرضُها 36cm. جدِ النظيرَ الجمعيّ لقطر شاشة التلفاز.





33 **غوْصٌ:** نزل ثلاثةُ غواصين بالأعماق التالية تحت سطحِ الماء:

$$-18 \times \sqrt{\frac{36}{81}}\ m,\ -24 \times \sqrt{\frac{1}{16}}\ m,\ -30 \times \sqrt{\frac{9}{25}}\ m$$

رَتِّبِ النظيرَ الضربيّ لأعماقِ الغواصين بالنسبة إلى مستوى سطحِ الماءِ من الأبعدِ عمقاً الى الأقربِ الى سطحِ الماءِ.



34 **سَمَكَةُ القرش:** النظيرُ الضربيُّ لطولي سمكتي قرشٍ هو $\sqrt{\frac{6.25}{36}}\ m\ ,\ \sqrt{\frac{2.25}{81}}\ m$ قارنْ بين طوليهما الحقيقين.

فَكِّر

35 **تحدٍّ:** رتب النظير الجمعي للقيمة التقديرية للجذور التربيعية التالية بالتقريبِ إلى أقرب عُشر من الأصغر الى الأكبر : $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{5}$

36 **أُصَحِّحُ الخطأ :** قال ياسين إن $(-5\sqrt{7}+1)$ هو النظيرُ الجمعيُّ للعدد $\frac{1}{-5\sqrt{7}+1}$

لأن : $1= \frac{1}{-5\sqrt{7}+1} \times (-5\sqrt{7}+1)$. حَدِّدْ خطأ ياسين وصحّحه .

37 **حِسٌّ عدديّ:** أيساوي حاصل ضرب أي عدد حقيقي في المقلوب السالب له العدد 1 ؟

أُكتبْ

الخاصيةُ التي تُعَبِّرُ عن المثال الآتي :

$$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3}) + \sqrt{3} = 0,\quad \sqrt{3}\ ,-\sqrt{3} \in R$$

الدرسُ]2-3[

تبسيطُ الجُمَل العددية التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ

Simplifying the Numerical Sentences which contain Square Roots

فكرةُ الدرسِ

- تبسيــطُ الجَـمَـل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.

المفردات

- تنسيب المقام.

تعلم

العنكبوتُ هي انثى العنكب وهي التي تبني بيت العنكبوت وتصلُ عددُ الخيوط الى 400 الف خيط وطول الخيط الواحد 20cm. رسمَ بسامُ لوحةً فنيةً لبيت العنكبوت على لوح زجاجيّ مستطيلٍ طوله $5\sqrt{18}$cm وعرضه $3\sqrt{2}$ cm. ما محيطُ اللوحةِ الفنيةِ ؟



[2-3-1] تبسيط الجمل العددية باستعمال الخواص (الأبدال والتجميع و التوزيع)

Simplifying the Numerical Sentences by using the properties (Commutative , accusative, distributive)

تعلمتَ سابقا تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعدادٍ نسبية باستعمال خواص الأعداد، وبالأسلوب نفسه سوف تتعلم تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ باستعمال الخواص (الأبدالِ والتجميعِ والتوزيعِ) ويمكن استعمال الخواص الآتية:

i) $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\ \sqrt{b}\ ,\quad \forall\ a,b \geq 0$

ii) $\sqrt{a}\ \sqrt{a} = a\ ,\quad \forall\ a \geq 0$

iii) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ ,\quad \forall\ a \geq 0\ ,\ b > 0$

مثال (1) جِدْ محيطَ اللوحةِ الفنيةِ المستطيلةِ الشكلِ التي أبعادُها $5\sqrt{18}$cm ، $3\sqrt{2}$ cm ، التي رسمها بسام .

المتغيرات تمثل : المحيط P ، الطول L ، العرض W

$P = 2\,(L + W)$

استعملْ خاصية التوزيعِ

$= 2\,(5\sqrt{18} + 3\sqrt{2})$

$= 2 \times 5\sqrt{18} + 2 \times 3\sqrt{2}$

عوض عن $\sqrt{18}$ بما يساويها هو $\sqrt{9}\ \sqrt{2}$

$= 10 \times \sqrt{9}\ \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

عوض عن $\sqrt{9}$ بما يساويها هو 3

$= 10 \times 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

تبسيط المقدار بجمع الحدود المتشابهة

$= 30\sqrt{2} + 6\sqrt{2}$

$= 36\sqrt{2}$

إذن طول محيط اللوحة الفنية هو $36\sqrt{2}$ cm

مثال (2) بَسّطِ الجمل العددية التالية باستعمال الخواص (الأبدالِ والتجميع والتوزيع) :

i) $5\sqrt{12} - 7\sqrt{32} = 5\sqrt{3 \times 4} - 7\sqrt{2 \times 16}$

$= 5\sqrt{3}\sqrt{4} - 7\sqrt{2}\sqrt{16}$

$= 5\sqrt{4}\sqrt{3} - 7\sqrt{16}\sqrt{2}$

$= (5\times2)\sqrt{3} - (7\times4)\sqrt{2}$

$= 10\sqrt{3} - 28\sqrt{2}$

ii) $\sqrt{5}(\sqrt{10} + \sqrt{3}) = \sqrt{5}\sqrt{10} + \sqrt{5}\sqrt{3}$

$= \sqrt{50} + \sqrt{15}$

$= \sqrt{25 \times 2} + \sqrt{15}$

$= \sqrt{25}\ \sqrt{2} + \sqrt{15}$

$= 5\sqrt{2} + \sqrt{15}$

[2-3-2] تبسيطُ الجملِ العدديةِ باستعمالِ الخواصِّ (العنصرُ المحايِد، النظيرُ الجمعيُّ والنظيرُ الضربيُّ)
Simplifying the Numerical Sentences by using the properties (Identity Element, Additive Invers, Multiplicative Inverse)

سوف تتعلمُ تبسيط الجملِ العدديةِ التي تحتوي على جذور تربيعية باستعمال الخواصّ (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربيُّ)، وفي حالة الكسر الذي مقامه جذر تربيعي فسوف تستعمل عملية تنسيب المقام وهو تحويل مقام الكسر الى مقدار ليس فيه جذرٌ وذلك بأن تضربَ الكسرَ بالمحايدِ الضربي (العدد1)، ثم تعوضُ عنه بكسرٍ مناسبٍ) .

مثال (3) بسط الجملَ العدديةَ التاليةَ باستعمالِ الخواصِّ (العنصرِ المحايدِ، النظيرِ الجمعيِّ والنظيرِ الضربيِّ) :

$$\frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times 1$$ اضرب الكسر في العدد 1 (المحايد الضربي)

$$= \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$$ عوِّضْ عن العددِ 1 بالكسر $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$ (ضرب البسط والمقام)

$$= \frac{\sqrt{7}\,(3+\sqrt{7})}{\sqrt{7}\sqrt{7}}$$ استعملْ خاصيةَ التوزيع

$$= \frac{3\sqrt{7}+\sqrt{7}\sqrt{7}}{7}$$ بسطِ المقدار إذ إنّ $\sqrt{7}\cdot\sqrt{7} = 7$

$$= \frac{3\sqrt{7}+7}{7}$$

مثال (4) بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقية :

i) $\sqrt{8}(1-\sqrt{2}) = \sqrt{8}-\sqrt{8}\sqrt{2}$
$= \sqrt{4}\sqrt{2}-\sqrt{16}$
$= 2\sqrt{2}-4$

ii) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{27}) = \sqrt{3}\sqrt{3}+\sqrt{3}\sqrt{27}$
$= 3+\sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{9}$
$= 3+9 = 12$

iii) $6\sqrt{125}+2\sqrt{5}-4\sqrt{5}$
$= 6\sqrt{25}\sqrt{5}-2\sqrt{5}$
$= 30\sqrt{5}-2\sqrt{5} = 28\sqrt{5}$

iv) $\frac{1}{2}\sqrt{7}+\frac{1}{3}\sqrt{7}-\frac{1}{6}\sqrt{7}$
$= \sqrt{7}\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)$
$= \sqrt{7}\left(\frac{3+2-1}{6}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

v) $\frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times 1$
$= \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
$= \frac{\sqrt{5}\sqrt{5}-8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}}$
$= \frac{5-8\sqrt{5}}{10}$

vi) $\frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \div \frac{8\sqrt{11}}{\sqrt{3}}$
$= \frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}}$
$= \frac{18\sqrt{11}}{4} \times \frac{1}{8\sqrt{11}}$
$= \frac{9}{16}$

تَأكّد من فهمك

بسطِ الجُمل العددية التالية باستعمالِ الخواصِّ (الأبدالِ، التجميعِ، التوزيعِ) :

الأسئلة (1-6) مشابهة للمثالين (1،2)

1. $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$
2. $\sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{2})$
3. $3\sqrt{12} - 5\sqrt{8}$
4. $\sqrt{6}(2\sqrt{3} + 6\sqrt{2})$
5. $\sqrt{27}(5 - \sqrt{3})$
6. $\sqrt{2}(\sqrt{6} - 3\sqrt{2})$

بسطِ الجُمل العدديةَ التالية باستعمالِ الخواصِّ (العنصرِ المحايدِ، النظيرِ الجمعيِ والنظيرِ الضربيِ) :

الأسئلة (7-12) مشابهة للمثال (3)

7. $\dfrac{\sqrt{7} - 2}{\sqrt{3}}$
8. $\dfrac{8 + \sqrt{7}}{4\sqrt{5}}$
9. $\dfrac{\sqrt{8} - 1}{2\sqrt{8}}$
10. $\dfrac{\sqrt{12} - 2}{2\sqrt{3}}$
11. $\dfrac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$
12. $\dfrac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$

بسطِ الجُمل العدديةَ التالية باستعمال خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

الأسئلة (13 -18) مشابهة للمثال (4)

13. $\sqrt{3}(5 - \sqrt{3})$
14. $\sqrt{7}(\sqrt{7} + \sqrt{28})$
15. $4\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$
16. $\frac{1}{4}\sqrt{11} + \frac{1}{5}\sqrt{11} - \frac{1}{2}\sqrt{11}$
17. $\dfrac{\sqrt{24} - 5}{2\sqrt{3}}$
18. $\dfrac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \dfrac{14\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

تدربْ وحلّ التمرينات

بسطِ الجُمل العدديةَ التالية باستعمال الخواصِّ (الأبدالِ، التجميعِ، التوزيعِ) :

19. $\sqrt{2}(1 + 7\sqrt{2})$
20. $\sqrt{5}(\sqrt{20} - \sqrt{5})$
21. $4\sqrt{18} - 6\sqrt{32}$
22. $\sqrt{10}(3\sqrt{5} - 7\sqrt{2})$
23. $\sqrt{54}(2 - \sqrt{2})$
24. $\sqrt{7}(\sqrt{14} - 5\sqrt{7})$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي) :

25. $\dfrac{9 - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$
26. $\dfrac{\sqrt{6} - 5}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$
27. $\dfrac{\sqrt{75} - \sqrt{36}}{2\sqrt{12}}$
28. $\dfrac{\sqrt{40} - \sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

29. $\sqrt{2}(7 + \sqrt{3}) - 4\sqrt{6}$
30. $\sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{50}) - 8\sqrt{2}$
31. $3\sqrt{8} + 3(\sqrt{6} - \sqrt{72})$
32. $\frac{1}{6}\sqrt{13} + \frac{1}{2}(\sqrt{52} - \frac{1}{3}\sqrt{13})$
33. $\dfrac{8\sqrt{6}}{\sqrt{8}} \div \dfrac{12\sqrt{3}}{\sqrt{98}}$
34. $\dfrac{9\sqrt{1}}{\sqrt{15}} \times \dfrac{10\sqrt{12}}{\sqrt{18}}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً

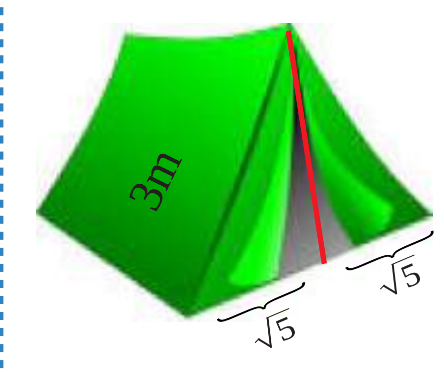
35 **هندسةٌ:** الشكلُ الهندسيُّ المجاور مكون من ثلاثة أقسام: القسمُ A يمثلُ مربعٌ و هو مطابق الى القسمِ B، القسم C يمثلُ مستطيلاً. جدِ المساحةَ الكليةَ للشكلِ الهندسيِّ.

A
B
C
$\sqrt{5}$ cm
$\sqrt{5}$ cm
$\sqrt{5}$ cm

36 **سيارةُ الحريق:** توقفتْ سيارةُ الحريقِ على بعد 20m من عمارةٍ سكنيةٍ، فرفعت سلم الحريق بزاوية معينة وبكامل طوله البالغ 35m فوصل الى احد طوابق العمارة. ما ارتفاع الطابق الذي وصل اليه سلم الحريق على اعتبار سيارة الحريق مع العمارة تمثل مثلث قائم الزاوية، جدِ الناتجَ بالتقريبِ لأقربِ عُشرٍ.



37 **خيمة:** واجهة الخيمة تمثل مثلثاً متساوي الساقين وتحتاج كل خيمة الى عمودين واحد للواجهة الأمامية وواحد للواجهة الخلفية لتثبيتها، إذا كان طول قاعدة الواجهة الأمامية للخمية هو $2\sqrt{5}$ m وطولُ حرفها المائل 3m. ما طولُ الأعمدةِ التي نحتاج إليها لتركيب 4 خيم؟



فكِّر

تحدٍّ: بسطِ الجُمل العدديةَ التاليةَ باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية :

39 $\dfrac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}} \div \dfrac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}}$

38 $\dfrac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \dfrac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

40 **أُصحِّح الخطأ:** قال منير أن ناتج تبسيط الجملة العددية $\sqrt{50}\,\frac{2}{5} - \sqrt{18}\,\frac{1}{3} + \sqrt{8}\,\frac{1}{2}$ هو $2\sqrt{2}$ حدد خطأ منير وصححه .

41 **حسٌّ عدديّ:** ما احتمالية طول كل ضلع من الضلعين القائمين في مثلثٍ قائم الزاوية طولُ الوترُ فيه $\sqrt{5}$ cm ؟

اكتبْ

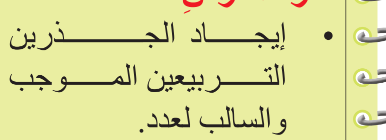
جملةً عدديةً فيها جذورٌ حقيقيةٌ وبسطها باستعمالِ خاصيةِ التوزيعِ .

الدرس [2-4]

تطبيقاتٌ على نظريةِ فيثاغورس
Application for Pythagoras Theorem



فكرةُ الدرس



- إيجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب لعدد.
- عكس نظرية فيثاغورس.
- تمثيل الأعداد غير النسبية على مستقيم الأعداد.

المفردات

- الجذرُ التربيعيُ الأساسيّ.

تَعَلَّم

نقش أثري يمثل جوانب من الحياة اليومية في الدولة السومرية (2400-2850 ق.م.) ونلاحظ اختلاط فن النحت ببدايات فن الفسيفساء وتجميع الحجارة الملونة. اللوحة مربعة الشكل مساحتها $9m^2$، جد طول ضلعِ اللوحةِ.



[2-4-1] ايجادُ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ لعددٍ
Finding the Positive and Negative Square Roots for Number

تعلمتَ سابقاً ايجادَ الجذرِ التربيعي الموجب لعدد، والجذر التربيعي لعدد ما هو العملية العكسيةُ لتربيع جذر هذا العدد: $7^2 = 49$ أي $\sqrt{49} = 7$، والان سوف تتعلم بان لكل عدد موجب جذران تربيعيان، احدهما موجب والآخر سالبٌ: الجذرُالموجبُ للعدد 64 هو 8 لأن $8 \times 8 = 64$ والجذر السالب هو8 - لأن $-8 \times -8 = 64$ ويمكن كتابته على شكل $\pm 8 = \pm\sqrt{64}$ أي أن: $+\sqrt{64} = +8$ ، $-\sqrt{64} = -8$ ، عند استعمال الآلة الحاسبة فأنه يظهر فقط الجذر التربيعي الموجب ، ويسمى بالجذر التربيعيِّ الأساسيِّ للعددِ.

وعليه فأن $a \geq 0 \;\forall\; \sqrt{a} \geq 0$

مثال (1) جِدْ طول ضلع اللوحة الفنية المربعة الشكل التي مساحتها $9m^2$.

المتغير L يمثل طول ضلع اللوحة الفنية المربعة

$L = \sqrt{9}$

$= 3$

طول ضلع اللوحة الفنية هو 3m

نلاحظ أن :

$3 \times 3 = 9 \Rightarrow +\sqrt{9} = +3$

وكذلك

$-3 \times -3 = 9 \Rightarrow -\sqrt{9} = -3$

ولكن الجذر التربيعي السالبَ يهمل لأنه لايوجدُ طولٌ حقيقيٌ بالسالبِ.

مثال (2) جِدْ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ للأعدادِ الآتية :

i) $36 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{36} = 6 , & 6\times6 = 36 \\ -\sqrt{36} = -6 , & -6\times-6 = 36 \end{cases}$

ii) $81 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9 , & 9\times9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9 , & -9\times-9 = 81 \end{cases}$

iii) $\frac{9}{16} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} , & \frac{3}{4}\times\frac{3}{4} = \frac{9}{16} \\ -\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4} , & -\frac{3}{4}\times-\frac{3}{4} = \frac{9}{16} \end{cases}$

iv) $6.25 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{6.25} = 2.5 , & 2.5\times2.5 = 6.25 \\ -\sqrt{6.25} = -2.5 , & -2.5\times-2.5 = 6.25 \end{cases}$

[2-4-2] عكسُ نظرية فيثاغورس
The Corvers of Pythagoras Theorem

تعرفت سابقاً إلى نظرية فيثاغورس التي تصف العلاقة بين طولي الساقين والوتر في مثلث قائم الزاوية (مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول ساقيه). والآن سوف تتعرف إلى عكس نظرية فيثاغورس (في أي مثلث إذا كان مربع طول أحد اضلاعه يساوي مجموع مربعي طول الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون قائم الزاوية).

مثال (3) إذا كانتْ قياساتُ الأضلاعِ الثلاثةِ لمثلث هي : 3cm , 4cm , 5cm .
حددْ فيما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا؟

اكتبْ مَربعّ طول كلّ ضلع من أضلاع المثلث $3^2 = 9 \ , 4^2 = 16 \ , 5^2 = 25$

وبما أن $25 = 9+16$، لذا فأنه يحققُ عكس نظريةِ فيثاغورس، ايّ المثلث قائمُ الزاوية

[2-4-3] تمثيلُ الأعدادِ غير النسبية على مستقيمِ الأعدادِ
Represent The Irrational Numbers on Number Line

تعلمتَ سابقاً كيفية تمثيلِ الأعدادِ النسبيةِ على مستقيمِ الأعدادِ وكذلك تعلمتَ في الدرسِ الأول من هذا الفصلِ كيفيةَ تمثيلِ الجذورِ التربيعية للأعدادِ على مستقيمِ الأعداد بعد كتابةِ قيمتها مقربةً لأقربِ عُشرٍ. والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل العدد غير النسبي على مستقيمِ الأعدادِ بشكلٍ دقيق ومن دون تقريبٍ.

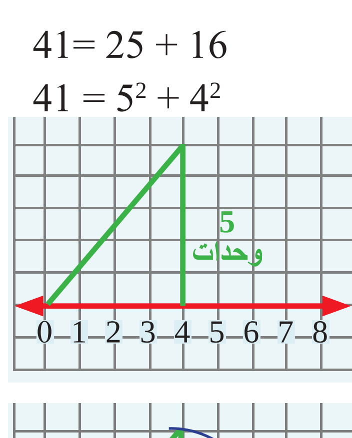
مثال (4) مثِّل العدد $\sqrt{41}$ على مستقيم الأعداد بشكلٍ دقيق.

الخطوة 1: جد عددين مربعين مجموعهما 41.

طول وترٍ لمثلثٍ قائم الزاوية طول ساقية 5 ، 4 هو $\sqrt{41}$

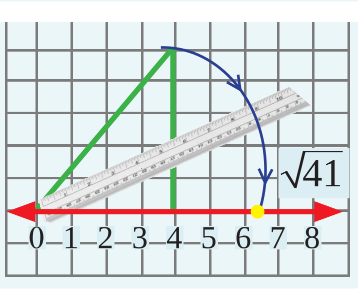
$41 = 25 + 16$

$41 = 5^2 + 4^2$



الخطوة 2: ارسم على ورقِ المربعاتِ مثلثاً قائم الزاوية طول ساقيه 5 ، 4 وحدة

الخطوة 3: افتحِ الفرجال بطولِ الوتر، ثم ضع رأسه عند العدد صفر وارسم قوساً يقطع مستقيم الأعداد في نقطةٍ تمثلُ العدد $\sqrt{41}$



تأكدَّ من فهمك

جِدِ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ للأعدادِ الآتية :

الأسئلة (1 - 8)
مشابهة الى المثالين (2،1)

1 16 2 25 3 49 4 64

5 $\frac{9}{25}$ 6 $\frac{36}{81}$ 7 1.21 8 2.25

حددْ ما إذا كان كلُ مثلث بالأضلاعِ المعطاة هو مثلثٌ قائم الزاوية . وتحققْ من إجابتك:

الأسئلة (9 - 12)
مشابهة الى المثال (3)

9 40 cm, 9 cm, 41 cm 10 4 cm, 7 cm, 5 cm

11 6 cm, 8 cm, 10 cm 12 17 cm, 13 cm, 12 cm

جِدْ طولَ الضلعِ القائمِ بتقريبِ الناتج لأقرب عُشر إذا عَلمْتَ طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

13 12 cm, 6 cm, ... 14 10 cm, 20 cm, ...

مِّثل الأعداد التالية على مستقيمِ الأعدادِ بشكلٍ دقيقٍ :

الأسئلة (15 - 22)
مشابهة الى المثال (4)

15 $\sqrt{5}$ 16 $\sqrt{13}$ 17 $\sqrt{20}$ 18 $\sqrt{29}$

19 $\sqrt{34}$ 20 $\sqrt{52}$ 21 $\sqrt{45}$ 22 $\sqrt{65}$

تدربْ وحلّ التمرينات

جِدِ الجذرين التربيعين الموجبِ والسالبِ للأعدادِ الآتية :

23 4 24 36 25 81 26 121 27 225

28 $\frac{16}{49}$ 29 $\frac{9}{4}$ 30 $\frac{25}{64}$ 31 6.25 32 10.24

حددْ ما إذا كان كلُ مثلث بالأضلاعِ المعطاة هو مثلثٌ قائم الزاوية . وتحققْ من إجابتك:

33 2 cm, 3 cm, $\sqrt{13}$ cm 34 4 cm, 6 cm, $\sqrt{50}$ cm

35 20 cm, 15 cm, 625 cm 36 4 cm, 5 cm, $\sqrt{50}$ cm

جِدْ طولَ الضلعِ القائمِ بتقريبِ الناتج لأقرب عُشر إذا عَلمْتَ طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

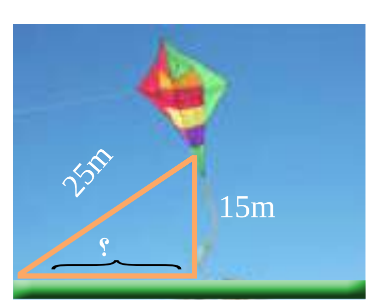
37 9cm, 6 cm, ... 38 10 cm, 5 cm, ...

مِّثل الأعداد التالية على مستقيمِ الأعدادِ بشكلٍ دقيقٍ :

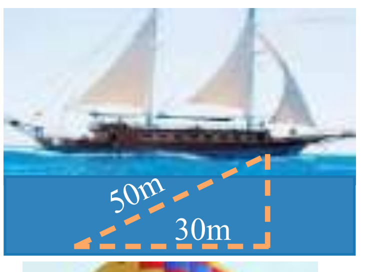
39 $\sqrt{2}$ 40 $\sqrt{10}$ 41 $\sqrt{40}$ 42 $\sqrt{26}$

43 $\sqrt{29}$ 44 $\sqrt{41}$ 45 $\sqrt{73}$ 46 $\sqrt{50}$

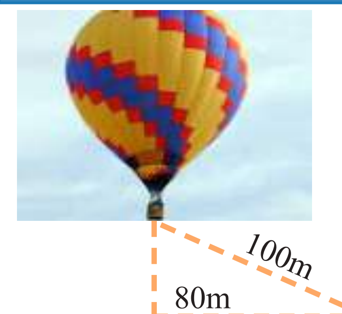
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



47 **طائرةٌ ورقيةٌ:** تعدُّ الطائرةُ الورقيةُ، احدى اللعب المفضلة عند كثيرٍ من الأطفال. في الشكل المجاور أذا كان ارتفاع الطائرة الرأسي عن سطح الأرض 15m، وطولُ الخيط المثبتة به الطائرة من طرفٍ وبيد الطفل من طرف آخر هو 25m. ما نوعُ المثلث الذي تشكل من ارتفاع الطائرة و الخيط والمسافة الأفقية، جد طول المسافة الأفقية.



48 **مركبٌ شراعيٌ:** الشكل المجاور لمركب شراعي يطفو على سطح الماء. جد عمق الماء مقرباً لأقربِ عُشرٍ، إذا علمْتَ طول الوتر والضلع القائم كما مثبته في الشكل.



49 **منطاد:** المنطادُ هو بالونٌ كبير الحجم متصل بأسفله بسلة لنقل الناس أو البضائع وله استخدامات عديدة كوسيلة نقل. الشكل المجاور يمثل منطاداً هوائياً. جِدْ ارتفاعه عن سطحِ الأرضِ.

فَكِّر

تحدٍّ: جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

50 $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$ **51** $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}}$ **52** $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{16}}$

53 **أُصحِّح الخطأ:** قالت سندس أن المثلث الذي اضلاعة 1.5cm, 1.1cm, 1.8cm يمثل مثلثاً قائم الزاوية. حدد خطأ سندس وصححه.

حسٌ عدديّ: هل يمكن رسم مثلث قائم الزاوية قياس اطول اضلاعه كما يلي؟ موضحاً اجابتك :

54 3 cm , 5 cm , $\sqrt{34}$ cm **55** 1.5 cm, 2.5 cm, 3.5 cm

أُكتب

معادلة يمكن إيجاد طول الضلع المجهول فيها لمثلثٍ قائمِ الزاوية فيه قياس طول الوتر 10cm، وضلع القائم 6cm.

الدرسُ]2-5[المستوي الاحداثي

Coordinate Plane

فكرةُ الدرسِ

- تمثيل جدول قيم في المستوي الإحدائي.
- إيجاد المسافة بين نقطتين.

المفردات

- الزوج المرتب.
- المستوي الإحداثي.
- نقطة الأصل.
- محور السينات.
- محور الصادات.
- جدول قيم.
- الأرباع.

تعلم

النمر (Tiger) حيوانٌ ضخمٌ مفترس من الثدييات آكلة اللحوم، من فصيلة السنوريات والأسم العلمي له Panthera Tigers. تلدُ النمرةُ (انثى النمر) منْ جروٍ الى ثمانيةِ جراءٍ يظلّون في رعاية أمهم مدة 6 اسابيع ثم يعتمدون على أنفسِهم. الجدول التالي يبين عدد الجراء وكمية الحليب التي يحتاجون اليها الجراء في اليومِ الواحدِ. مثل الجدول في المستوي الإحداثي.

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

]2-5-1[تمثيلُ جدولِ قيمٍ في المستوي الإحداثي

Representing Values Table in the Coordinate Plane

تعرفت سابقاً إلى المستوي الإحداثي الذي يتكون من مستقيمين متعامدين في نقطة تسمى نقطةَ الأصل ، المستقيم الأفقي يعرف بمحورِ السيناتِ والمستقيم العمودي يعرف بمحور الصادات والمستوي مقسم على أربعة أرباع. وكذلك تعلمت كيفية تمثيل ازواج مرتبة في المستوي الإحداثي، والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل جدول قيم في المستوي الأحداثي يتضمنُ اعداداً نسبية وذلك بكتابةِ الأزواج المرتبة اولاً من الجدول ثم تمثيلها على المستوي الإحداثي.

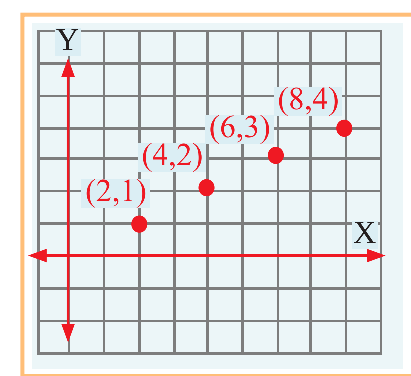
مثال (1) مثل جدول القيم التالي في المستوي الإحداثي .

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

اكتب الازواجَ مرتبة: (2 ,1) ، (4 , 2) ، (6 , 3) ، (8 , 4)

مثل كلَّ زوج بنقطةٍ في المستوي الإحداثي.

كل الازواج المرتبة تقع في الربعِ الاولِ.

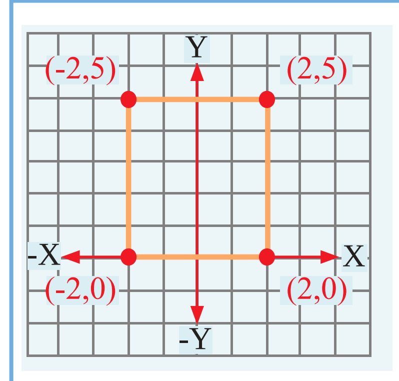


مثال (2) مثل جدول القيم التالي في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله.

X	-2	2	-2	2
Y	5	5	0	0

اكتب الأزواجَ المرتبة: (-2 ,5) ، (2 , 5) ، (-2 , 0) ، (2 , 0)

مثل كل زوج بنقطةٍ في المستوي الإحداثي، ثم صل بين النقاط الشكل الذي يمثله جدول القيم هو مستطيل .



[2-5-2] إيجادُ المسافةِ بين نقطتين في المستوي الإحداثي
Finding the Distance between two Points in the Coordinate Plane

تعلمت في الجزءِ الأولِ من الدرس على كيفية كتابةِ الأزواجِ المرتبةِ من جدولِ قيمٍ ثم كيفيةَ تمثيلها في المستوي الإحداثي، والآن سوف تتعلم كيفية إيجادِ المسافةِ بين نقطتين في المستوي الإحداثي وكذلك إيجادِ البعد بشكل تقريبيٍّ بين المدن باستعمالِ نظريةِ فيثاغورس.

مثال (3) مثل الزوجين المرتبين (-4,0) ، (-1,4) في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما .



اولاً: مثل النقطتين بالمستوي الإحداثي .

ثانياً: ارسمْ مثلثاً قائم الزاوية كما في الشكل المجاور .

ثالثاً: جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين .

$b = 4$ وحدات ، $a = 3$ وحدات

رابعاً: استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر c

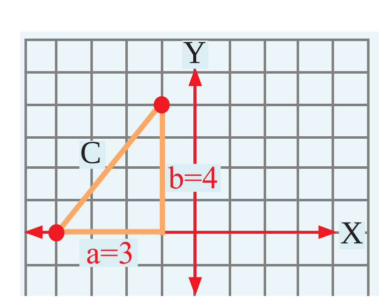
المسافة بين نقطتين دائماً موجبة

$$c^2 = a^2+b^2 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{9+16}$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{25} \quad \Rightarrow \quad c = 5$$

لذا المسافة بين النقطتين هو 5 وحدات



ملاحظةٌ: يمكن الحصول على المثلث القائم الزاوية كما يأتي:

1- من تقاطع المستقيمين المرسومين من النقطتين موازيان للمحورين.

2- من تقاطع العمودين المرسومين من النقطتين على المحورين.

مثال (4) مثلْ كلَّ زوجٍ من الزوجين المرتبين {(3,0)،(-5, 1)}، {(-3,3)،(0,0)} في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر.

اولاً: مثل كل نقطتين بالمستوي الإحداثي .

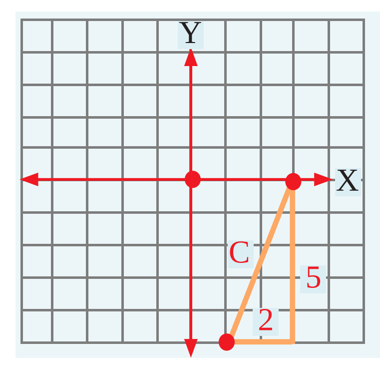
ثانياً: ارسم مثلثات قائمة الزاوية كما في الشكل المجاور .

ثالثاً: جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين لكلِّ مثلث .

المثلث في الربعِ الرابعِ: وحدات $a= 2$ ، وحدات $b= 5$

المثلث في الربعِ الثاني: وحدات $a= 3$ ، وحدات $b= 3$

رابعاً: استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر c



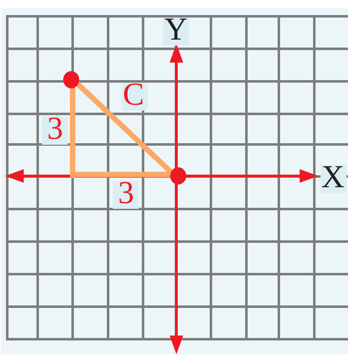
المثلث في الربعِ الرابعِ:

$$c^2 = a^2+b^2 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{4+25}$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{29} \quad \Rightarrow \quad c \approx 5.4$$

لذا المسافة بين النقطتين هو 5.4 وحدات تقريباً.



المثلث في الربعِ الثاني:

$$c^2 = a^2+b^2 \quad \Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2+b^2}$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{9+9}$$

$$\Rightarrow \quad c = \sqrt{18} \quad \Rightarrow \quad c \approx 4.2$$

لذا المسافة بين النقطتين هو 4.2 وحدات تقريباً.

تَأكَّدْ من فهمِكَ

مثِّلْ كلَّ جدولٍ من الجداول التالية في المستوي الإحداثي :

الأسئلة (1-4) مشابهة للمثالين (1،2)

1

X	0	-4	-3.5	5
Y	-1.5	1.5	-4	3.5

2

X	0	-2.5	0	2.5
Y	0	1.5	-3	0

3

X	-4	7	-3.5	0
Y	0	2.5	-4.5	-2.5

4

X	2	3	4	5
Y	0	0	0	0

مثِّلْ كلَّ زوجٍ من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافةَ بينهما مقربةً لأقربِ عُشرٍ

الأسئلة (5-10) مشابهة للمثالين (3،4)

5 {(1 , 0) ، (4 , 4)}

6 {(0 , 0) ، (-5 , 4)}

7 {(-4 , -1) ، (-1 , -6)}

8 {(-3 , -6) ، (0 , 0)}

9 {(7 , 2) ، (3 , 5)}

10 {(-2 , 0) ، (0 , 3)}

تدربْ وحلّ التمرينات

مثِّلْ كلَّ جدولٍ من الجداول التالية في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم:

11

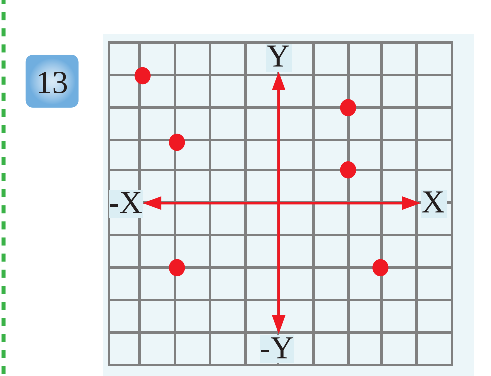
X	2	-2	-1	-5
Y	3.5	3.5	-4.5	-4.5

12

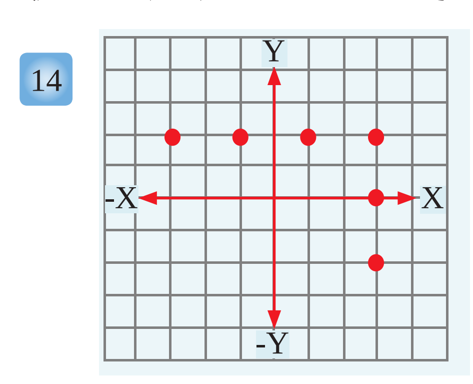
X	4	-4	0	0
Y	0	0	2	-5

اكتبِ الأزواجَ المرتبةَ من الشكلِ، ثم رتِّبها في جدولِ قيمٍ:

13



14



مثِّلْ كلَّ زوجٍ من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافةَ بينهما مقربةً لأقربِ عُشرٍ إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً:

15 {(6 , 0) ، (0 , 3)}

16 {(-5 , 0) ، (0 , 5)}

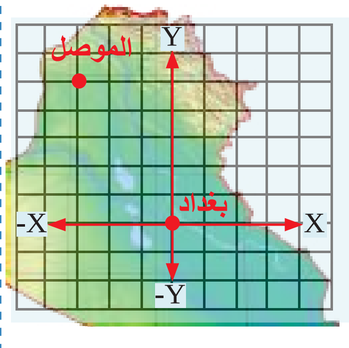
17 {(2 , -4) ، (4 , 0)}

18 {(5 , 1) ، (2 , 5)}

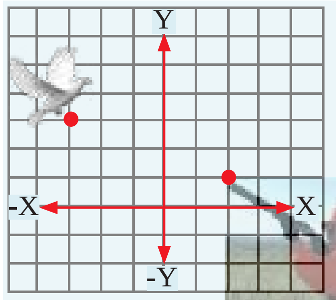
19 {(0 , 0) ، (-4 , -4)}

20 {(-5 , -1) ، (-1 , -6)}

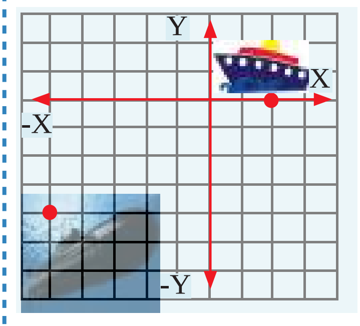
تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



21 **خريطةٌ:** تمثِّل كلّ وحدةٍ على الخريطةِ 77km من المسافة الحقيقية. تقع مدينةُ الموصلِ في النقطة (-3,5) ومدينةُ بغدادَ على نقطةِ الأصلِ. ما المسافة التقريبية بين بغدادَ و الموصلِ ؟



22 **صيدٌ:** تمثل كل وحدة على الشّكل البياني 50m من المسافةِ الحقيقيةِ. إذا وقف الصياد في النقطة (2,1) ووجّه بندقيته الى طيرٍ في النقطة (-3,3)، ما المسافة التقريبية بين الطّيرِ والصّيادِ؟



23 **غواصةٌ:** تمثِّلُ كلُّ وحدة على الشَّكل البياني 5km من المسافة الحقيقية. غواصة تحت الماء تقف في النقطة (-5,-4) تريد أن تصيب هدفاً في النقطة (2,0). ما المسافةُ التقريبيةُ بين الهدفِ والغواصةِ ؟

فَكِّر

تحدٍّ: مثل كل جدولٍ من الجداول التالية في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثلُه .

24

X	3	-3	-3	3
Y	3	3	-3	-3

25

X	1	-5	1	-2
Y	0	0	3	3

26 **أصحِّحُ الخطأ:** قال خالد أن الإحداثي الصادي (Y) لنقطة تقع على محور السينات (X) يمثل المسافة بين النقطة ونقطة الأصل. حدد خطأ خالد وصححه.

27 **حسٌ عددي:** هل أن جدول القيم التالي يمثل شكلاً مضلعاً سداسياً عند تمثيله على المستوي الإحداثي؟ ولماذا؟

X	4	0	-4	-4
Y	4	4	-4	0

أُكتبِ

أسم الشكل الهندسي الذي يمثله جدولَ القيم التالي عند تمثيله في المستوي الإحداثي .

X	1	1	6	6
Y	3	1	3	1

الدرسُ]2-6[

خِطة حَلِّ المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

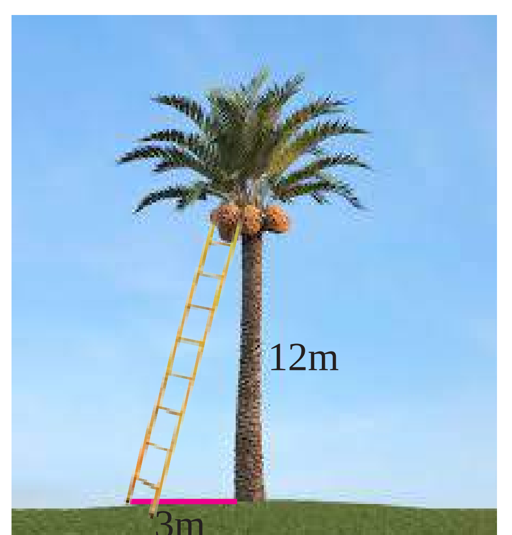
Problem solving Plan (Determining Feasibility Answer)

فكرةُ الدرسِ

- استعمالُ تحديد معقولية الاجابة في حل المسألة .

تَعَلَّمْ

أرادَ أحمد أن يقّطفَ عرج تمرٍ من نخلةٍ في حديقة المنزل، فوضع أحمد سلماً على النخلة، قاعدةُ السُّلم على الارض تبعد مسافة 3m من النخلة ونهايتهِ على قلْبِ النخلةِ الذي يرتفع عن الارض بمقدار 12m. يقول احمد إنَّ طول السُّلمِ مساو لطولِ النخلة تقريباً. هل اجابته معقولة ؟



افهم

ما المعطياتُ في المسألةِ : ارتفاع النخلة 12m ووضع سلَّم بشكلٍ مائل على النخلة بحيث أن قاعدة السلم تبعد من االنخلة بمقدار 3m ، نهاية السُّلم على قلبِ النخلةِ.

ما المطلوب في المسألة : ايجادُ طولِ السُّلَم .

خطط

كيف تحلّ المسألة ؟ بما أن إجابة احمد تقديرية، فجد طول السُّلَم باستعمال نظرية فيثاغورس وقارن بين طولي السُّلَم و النخلةِ .

حلّ

السُّلَم مع النخلة يصنع مثلثاً قائم الزاوية، أطوالُ ضلعيه القائمين هي 3m و 12m وطولُ الوترِ فيه هو طول السُّلَم ، ويمكن ايجاد طول السُّلَم بتطبيق نظرية فيثاغورس . نرمز الى طولِ السُّلَم بالرمز L.

$$L = \sqrt{3^2 + 12^2}$$
$$L = \sqrt{9 + 144}$$
$$L = \sqrt{153}$$
$$L \approx 12.369...m$$
$$L \approx 12.4\ m$$

بتقريب الناتج الى لأقرب عُشرٍ

إذن طول السُّلَم هو 12.4m و هو قريبٌ من طولِ النخلة ، لذا اجابة احمد معقولة .

تحقق

مِنْ نظريةِ فيثاغورس

$$\sqrt{(12.4)^2 - 3^2} = \sqrt{153.76 - 9}$$
$$= \sqrt{144.76} \approx 12.031... \approx 12$$

و هو مقارب لطولِ النخلةِ، لذا إجابة أحمد معقولة.

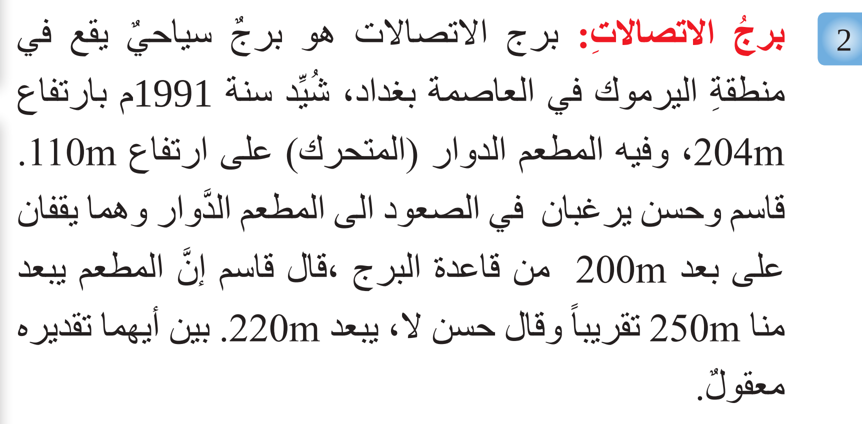
مســائلُ Problems

حُلَّ المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولية الاجابة)



1 **شراء:** اشترت سرى تلفاز بعدا شاشته 18.2cm×36cm، قال البائع ان قطر شاشة التلفاز 40cm تقريباً. هل اجابتهُ معقولةٌ؟





2 **برجُ الاتصالات:** برج الاتصالات هو برجٌ سياحيٌ يقع في منطقةِ اليرموك في العاصمة بغداد، شُيِّد سنة 1991م بارتفاع 204m، وفيه المطعم الدوار (المتحرك) على ارتفاع 110m. قاسم وحسن يرغبان في الصعود الى المطعم الدَّوار و هما يقفان على بعد 200m من قاعدة البرج ،قال قاسم إنَّ المطعم يبعد منا 250m تقريباً وقال حسن لا، يبعد 220m. بين أيهما تقديره معقولٌ.



3 **كرةُ القدمِ:** شاهدت نسرين معلبَ البصرة الدولي الذي يقع ضمن المدينة الرياضية في مدينةِ البصرةِ والذي يتسعُ لـ 60000 متفرج وقالت إن قطر ساحة كرة القدم 90m تقريباً. هل تقديرُها معقول

إذا علمت أن ابعاد الساحة هي80m×40m؟

4 **رياضةٌ:** المسبحُ الأولمبيُّ يكون طوله 50m متراً وعرضه 25m ويكون مقسما على 12 حارة وعمقه أكبر من عشرة أمتار إذ أن رياضة القفزالهوائي من المنصة تحتاج إلى عمق كبير وذلك لأمان اللاعب. قدّر باسل قطر المسبح بستة وخمسين متراً. هل تقديره معقولٌ؟



مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Ordered Pair	الزوج المرتب	Rational Number	العدد النسبي
coordinate Plane	المستوى الإحداثي	Irrational Number	العدد غير النسبي
Origin	نقطة الأصل	Real Number	العدد الحقيقي
X-axis	محور السينات	Number Line	مستقيم الأعداد
Y-axis	محور الصادات	Commutative pro.	خاصية الأبدال
Values Table	جدول القيم	Additive pro.	خاصية التوزيع
First Quadrant	الربع الأول	Associative pro.	خاصية التجميع
Second Quadrant	الربع الثاني	Identity Element	العنصر المحايد
Third Quadrant	الربع الثالث	Additive Inverse	النظير الجمعي
Fourth Quadrant	الربع الرابع	Displacer Dominator	تنسيب المقام
Numerator	بسط الكسر	Principal Square Root	الجذر التربيعي الأساسي
Denominator	مقام الكسر	Multiplicative Inverse	النظير الضربي

الدرسُ [2-1] مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الاعداد

مثال1: صنفِ العددَ من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيّ أو غير حقيقي :

i) $\sqrt{16} = 4$ عدد صحيح ، عدد نسبي ، عدد حقيقي

ii) $\sqrt{10} = 3.1622776...$ عدد غير نسبي، عدد حقيقي

iii) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ عدد نسبي ، عدد حقيقي

مثال2: رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغرِ إلى الأكبرِ

$2.828... , \sqrt{\frac{12}{5}} , \sqrt{5}$

$\sqrt{5} = 2.236... , \sqrt{\frac{12}{5}} = 1.549...$

الترتيب : $\sqrt{\frac{12}{5}} , \sqrt{5} , 2.828...$

تدريب1: صنفِ العددَ من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيّ أو غير حقيقي :

i) $\sqrt{25}$ ....

....

ii) $\sqrt{21}$ ....

....

iii) $\sqrt{\frac{36}{49}}$ ....

....

تدريب2: رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغرِ إلى الأكبرِ

$3.238... , \sqrt{\frac{7}{2}} , \sqrt{12}$ ....

....

الدرسُ [2-2] خصائص الأعداد الحقيقية

مثال1: اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواصّ الآتية:

i) $a+(-a) = (-a)+a = 0, \ \forall a, -a \in R$

$\sqrt{5}+(-\sqrt{5})=(-\sqrt{5})+\sqrt{5}=0; \sqrt{5}, -\sqrt{5} \in R$

ii) $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1, \ \forall a \in R, \ a \neq 0$

$\sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17} = 1 \ ; \ \sqrt{17} \in R$

مثال2: جد النظيرَ الجمعيَّ للأعداد الحقيقية الآتية:

i) $3\sqrt{2}+5$, ii) $\sqrt{7}-\sqrt{5}$

i) $3\sqrt{2}+5 + (-3\sqrt{2}-5) =$

$(3\sqrt{2} - 3\sqrt{2}) + (5-5) = 0+0 = 0$

لذا نظير العدد $3\sqrt{2}+5$ هو العدد $-3\sqrt{2}-5$

ii) $\sqrt{7}-\sqrt{5} + (-\sqrt{7}+\sqrt{5}) =$

$(\sqrt{7}-\sqrt{7})+(-\sqrt{5}+\sqrt{5}) = 0+0 = 0$

لذا نظير العدد $\sqrt{7}-\sqrt{5}$ هو العدد $-\sqrt{7}+\sqrt{5}$

تدريب1: اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواصّ الآتية:

i) $a+b = b+a \ , \ ab = ba, \ \forall a,b \in R$

....

....

ii) $a(b+c) = ab+ac \ , \ \forall a,b,c \in R$

....

....

تدريب 2: جد النظيرَ الجمعيَّ للأعداد الحقيقية الآتية:

i) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ....

....

ii) $5\sqrt{11}-9$ ....

....

الدرسُ [2-3] تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية

مثال1: بسط الجملة العددية التالية باستعمال الخواص (الأبدال و التجميع و التوزيع) :

$6\sqrt{8} - 5\sqrt{27}$

$= 6\sqrt{4 \times 2} - 5\sqrt{9 \times 3} = 6\sqrt{4}\sqrt{2} - 5\sqrt{9}\sqrt{3}$

$= (6 \times 2)\sqrt{2} - (5 \times 3)\sqrt{3}$

$= 12\sqrt{2} - 15\sqrt{3}$

مثال2: بسط الجملة العددية التالية باستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي و النظير الضربي):

$\frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times 1$

$= \frac{4-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(4-\sqrt{5})}{\sqrt{5}\ \sqrt{5}}$

$= \frac{4\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{5}}{5} = \frac{4\sqrt{5}-5}{5}$

تدريب1: بسط الجملة العددية التالية باستعمال الخواص (الأبدال و التجميع و التوزيع) :

$9\sqrt{32} - 5\sqrt{8}$ ....

....

....

تدريب2: بسط الجملة العددية التالية باستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي و النظير الضربي) :

$\frac{\sqrt{7}-9}{3\sqrt{7}}$ ....

....

....

الدرسُ [2-4] تطبيقات على نظرية فيثاغورس

مثال 1: جد الجذرين التربيعين الموجبَ والسالبَ للأعداد الآتية :

i) 25 ⇒ $\begin{cases} \sqrt{25} = 5, & 5 \times 5 = 25 \\ -\sqrt{25} = -5, & -5 \times -5 = 25 \end{cases}$

ii) $\frac{16}{49} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}, & \frac{4}{7} \times \frac{4}{7} = \frac{16}{49} \\ -\sqrt{\frac{16}{49}} = -\frac{4}{7}, & -\frac{4}{7} \times -\frac{4}{7} = \frac{16}{49} \end{cases}$

مثال 2: حدد ما إذا كان المثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

13cm , 12cm , 5cm

اكتب مربعات اطوال اضلاع المثلث

$13^2 = 169$, $12^2 = 144$, $5^2 = 25$

وبما أن $169 = 144+25$، لذا فأنه يحقق عكس نظرية فيثاغورس، اي المثلث قائم الزاوية.

تدريب 1: جد الجذرين التربيعين الموجبَ والسالبَ للأعداد الآتية :

i) 49 ⇒ $\begin{cases} \sqrt{49} = \text{.......................} \\ -\sqrt{49} = \text{.......................} \end{cases}$

i) 1.21 ⇒ $\begin{cases} \sqrt{1.21} = \text{.......................} \\ -\sqrt{1.21} = \text{.......................} \end{cases}$

تدريب 2: حدد ما إذا كان المثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

i) 3cm , 5cm , $\sqrt{34}$cm ⇒ ....

....

ii) 20cm , 15cm , 25cm ⇒ ....

....

الدرسُ [2-5] المستوي الإحداثي

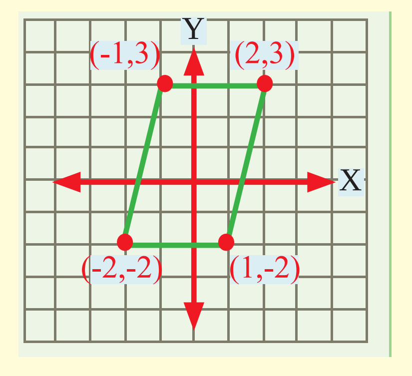
مثال: مثل الجدول التالي في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم .

X	2	-1	-2	1
Y	3	3	-2	-2

اكتب الأزواج المرتبة:

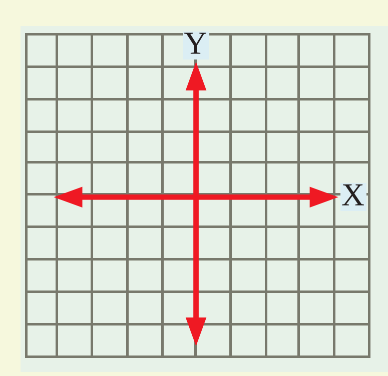
(2,3),(-1,3),(-2,-2),(1,-2)

يمثل الشكل متوازي اضلاع.



تدريب: مثل الجدول التالي في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم .

X	-1	1	2	-3
Y	2	3	-2	-1



صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

1 $-\sqrt{49}$ 2 $\sqrt{13}$ 3 $\frac{0}{-6}$ 4 $\sqrt{\frac{9}{25}}$ 5 $\sqrt{-16}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر.ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

6 $\sqrt{15} \approx ......$ 7 $-\sqrt{32} \approx ......$ 8 $\sqrt{\frac{16}{21}} \approx ......$ 9 $\sqrt{7.3} \approx ......$

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز (= ، < ، >) :

10 $\sqrt{17} \; \square \; 4\frac{1}{5}$ 11 $-\sqrt{9} \; \square \; -\sqrt{6.25}$ 12 $\frac{0}{\sqrt{7}} \; \square \; \frac{0}{\sqrt{5}}$

13 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر: $2.236... , \sqrt{2.25} , \sqrt{2}$

14 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر: $-\sqrt{11} , -3\frac{1}{4} , -3.33$

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

15 $1 \times a = a \times 1 = a , \forall \; a \in R$ 16 $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1 , \forall \; a \in R , a \neq 0$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

17 $5\sqrt{11} \; -7$ 18 $-\sqrt{1} - \sqrt{2}$ 19 $\sqrt{12} - \frac{1}{16}$ 20 $\frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

21 $\sqrt{\frac{1}{12}}$ 22 $-6\sqrt{3} \; -7$ 23 $\sqrt{5} - \frac{1}{5}$ 24 $-3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{3}$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر :

25 $\sqrt{\frac{1}{7}}$ 26 $-\sqrt{\frac{1}{8}}$ 27 $\sqrt{\frac{11}{25}}$ 28 $\sqrt{\frac{1}{5.6}}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية:

29 $\frac{6 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}$ 30 $\frac{\sqrt{8} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ 31 $\frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$ 32 $\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{32}}$

33 $\sqrt{3}(9+\sqrt{3}) - 2\sqrt{27}$ 34 $\sqrt{7}(\sqrt{7} - \sqrt{14}) - 9\sqrt{2}$ 35 $\frac{1}{\sqrt{5}}\sqrt{11} + \frac{1}{5}(\sqrt{50} - \sqrt{55})$

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

36 9 37 225 38 $\frac{25}{36}$ 39 1.21 40 10.24

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

41 3cm , 5cm , 6cm 42 7cm , 5cm , $\sqrt{74}$ cm 43 2cm , 1.5cm , 2.5cm

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً .

44 {(3 , 0) ، (0 , 3)} 45 {(-4 , 0) ، (0 , 4)} 46 {(-1 , 5) ، (-4 , 2)}

47 {(4 , -1) ، (1 , -5)} 48 {(0 , 0) ، (-3 , -3)} 49 {(-2 , -3) ، (-4 , 1)}

الفصلُ 3

الحـدوديات Polynomials



حوضٍ كبير للاسماك في أحد المجمعات التجارية قاعدته مربعة الشكل. ما أرتفاع الحوض اذا كانَ حجمُه $8192m^3$ وعرض قاعدته 32m؟

اكتبُ المعامل (م) والمتغير (غ) في الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

1. $|-2|xy$, ...المعامل ....المتغير
2. $30r^2v^2$ ....المعامل........المتغير
3. $\sqrt{16}\,h^3k^2$, ...المعامل ....المتغير
4. $\frac{1}{2}z^2y$, ...المعامل ....المتغير
5. $10w^3h$, ...المعامل ....المتغير
6. w^5z^2, ...المعامل ....المتغير

جدْ ناتج جمع الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

7. $5h^2k + 10h^2k + \frac{1}{2}h^2k + \left|-\frac{1}{5}\right|h^2k$
8. $x^2y^2z + \frac{1}{3}x^2y^2z + 6x^2y^2z$
9. $2r^2v + \frac{1}{4}r^2v + 16r^2v + \left|-\frac{1}{2}\right|r^2v$
10. $|-7|a^2b + 14a^2b + \frac{1}{28}a^2b$
11. $10xy + \frac{1}{20}xy + \frac{1}{5}xy + 4xy$
12. $7a^2b^2z + |-18|\,a^2b^2z + 9a^2b^2z$
13. $2x^4y^2 + \frac{1}{5}x^4y^2 + \left|-\frac{1}{5}\right|x^4y^2$
14. $12g^2h^2 + \frac{1}{3}g^2h^2 + \frac{1}{4}g^2h^2$

جدْ ناتج طرح الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

15. $\frac{1}{25}h^2k - 15h^2k - 5h^2k - \left|-\frac{1}{5}\right|h^2k$
16. $16r^2v^2 - \frac{1}{32}r^2v^2 - 64r^2v^2$
17. $\frac{2}{3}xy - \frac{10}{6}xy - \left|-\frac{1}{3}\right|xy$
18. $30a^2b^2 - 5a^2b^2 - 15a^2b^2$
19. $|-15|z^2v^2 - |-35|z^2v^2 - 5z^2v^2$
20. $24w^2z - \sqrt{144}\,w^2z - 9w^2z$

جد ناتج ضرب الحدودِ الجبريّةِ الاتية :

21. $(2x)(20y)$
22. $(6z^2)(3v^2)$
23. $(|-20|z)(r^3v^3)$
24. $10y(2x+60z+4)$
25. $30z^2(\frac{1}{3}v^2 + \frac{1}{15}v^3y + \frac{2}{30}mn)$
26. $3y(20m^2n+4)$

جد القيمة العددية للمقاديرِالجبريّةِ الاتية :

27. $\frac{1}{2}z^2y^2 + 3zy + w$; $w=2, z=4, y=3$
28. $3h^3k^2 - 5h + 4$; $h=5, k=3$
29. $|-25|r^2v^2 + \frac{1}{3}v + 5$; $r=1, v=12$
30. $3xy - 2xy + 6$; $x=2, y=10$

31. جد المخرجات لقاعدةِ الدالةِ للمدخلاتِ الاتية:

المدخلات	قاعدة الدالة $2x^2+4$	المخرجات
-2		
0		
2		

الدرسُ]3-1[جمعُ المقاديرِ الجبريّةِ وطرحها
Addition and subtraction of Algebraic Expression

فكرةُ الدرسِ
- جمع المقدار الجبريِّ .
- طرح المقدار الجبريِّ .

المفردات
- جمعٌ.
- طرحٌ.

تَعَلَّم

حمولتان من المواد الغذائية تحتوي الحمولة الاولى على الرز والسكر والطحين بالكيلوغرامات وعلى الترتيب $30z^2$, $25y^5$, $54x^3$ والحمولة الثانية من المواد نفسها $25z^2$, $20y^5$,$36x^3$ فما مجموع الحمولتين، وما الفرق بينهما؟



[3-1-1] جمع المقادير الجبريّة Addition an Algebraic Expressions

تعلمتَ سابقا جمعَ الحدودِ الجبريّةِ المتشابهة اما في هذا الدرسِ سنتعرف إلى جمع المقادير الجبريّة (لكي نجمع مقدارين جبريّن) نستعمل خصائص التبديل و التجميع في جمع الحدود المتشابهة .

مثال (1) جدْ مجموع الحمولتين الاولى والثانية معا.

الحمولة الاولى $(54x^3 + 25y^5 + 30z^2)$
الحمولة الثانية $(36x^3 + 20y^5 + 25z^2)$

مجموع الحمولتين $= (54x^3 +25y^5+ 30z^2) + (36x^3+ 20y^5 +25z^2)$

استعمل خاصية التجميع $= (54x^3 + 36x^3) + (25y^5 +20y^5) + (30z^2 +25z^2)$

اجمع الحدود المتشابهة $= 90x^3+ 45y^5+ 55z^2$

لذا مجموع الحمولتين بالكيلو غرام هو $90x^3+ 45y^5+ 55z^2$

مثال (2) جدْ ناتج جمعِ المقاديرِ الجبريّة الاتية :

i) $(\frac{-1}{6} w^2z + \sqrt{2}\, r^2v^2 + \sqrt{5}\, h^3k^2) + (\frac{1}{3} w^2z + \sqrt{2}\, r^2v^2 + 2\sqrt{5}\, h^3k^2)$

استعملُ خاصية التجميع $= (\frac{-1}{6}w^2z + \frac{1}{3} w^2z) + (\sqrt{2}\, r^2v^2 + \sqrt{2}\, r^2v^2) + (\sqrt{5}\, h^3k^2 + 2\sqrt{5}\, h^3k^2)$

اجمعُ الحدود المتشابهة $= (\frac{1}{6} w^2z) + (2\sqrt{2}\, r^2v^2) + (3\sqrt{5}\, h^3k^2)$

ناتج جمع المقادير $= \frac{1}{6} w^2z + 2\sqrt{2}\, r^2v^2 + 3\sqrt{5}\, h^3k^2$

ii) $(\sqrt{2}\, xy^2 + \frac{1}{5} xy + 4\sqrt{3}\, x^2y) + (3\sqrt{2}\, xy^2 - \frac{1}{5} xy + \sqrt{3}\, x^2y)$

استعملُ خاصية التجميع $= (\sqrt{2}\, xy^2 + 3\sqrt{2}\, xy^2) + (\frac{1}{5} xy - \frac{1}{5} xy) + (4\sqrt{3}\, x^2y + \sqrt{3}\, x^2y)$

اجمعُ الحدود المتشابهة $= 4\sqrt{2}\, xy^2 + 0 + 5\sqrt{3}\, x^2y$

ناتج جمع المقادير $= 4\sqrt{2}\, xy^2 + 5\sqrt{3}\, x^2y$

iii) $(|-15|m^2n + 12gh + \frac{1}{20}r^2v^3) + (|-45|m^2n + 10gh + \frac{2}{30}r^2v^3)$

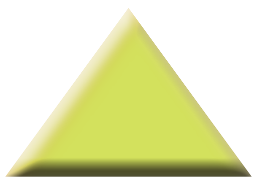
استعمل خاصية التجميع $= (|-15|m^2n + |-45|m^2n) + (12gh+10gh) + (\frac{1}{20}r^2v^3 + \frac{2}{30}r^2v^3)$

اجمع الحدود المتشابهة $= (15m^2n+45m^2n) + (12gh+10\ gh) + (\frac{1}{20}r^2v^3 + \frac{2}{30}r^2v^3)$

ناتج جمع المقدارين $= 60m^2n + 22gh + \frac{7}{60}r^2v^3$

مثال (3)

محيطُ مثلث متساوي الاضلاع هو $2n^2+ 4y +5$ ومحيط مربع هو $4n^2 +6y+10$ اكتب المقدار الجبريِّ الذي يمثل مجموعَ محيطي المثلث والمربع.


$2n^2+ 4y +5$


$4n^2 +6y+10$

استعمل خاصية التجميع $(2n^2 +4y+5) + (4n^2+ 6y+10)$

اجمع الحدود المتشابهة $= (2n^2+ 4n^2) + (4y + 6y) + (5+ 10)$

ناتج جمع المقدارين $= 6n^2 + 10y +15$

اذا مجموع محيطي المثلث والمربع بالامتار $6n^2 + 10y + 15$

[3-1-2] طرحُ المقاديرِ الجبريّةِ
Subtraction an Algebraic Expressions

تعلمتَ سابقا طرح الحدودِ الجبريِّةِ المتشابهة اي عند طرح حدٍّ جبريٍّ من حدٍّ جبريٍّ اخر اجمع الحد الجبريِّ الاول مع النظير الجمعيِّ للحدِّ الجبريِّ الثاني وسوف نتعلم طرح المقادير الجبريِّة ولطرح مقدارٍ جبريٍّ من مقدار جبريٍّ اخر اعكس إشارة كل حد من حدودِ المقدارِ الجبريِّ الثاني (اي النظير الجمعي للمقدارِ الجبريِّ).

مثال (4)

مِنْ فقرة تعلَّم جد الفرق بين الحمولتين .

الحمولة الاولى $(54x^3 , 25y^5 , 30z^2)$

الحمولة الثانية $(36x^3 , 20y^5 , 25z^2)$

(الحمولةُ الاولى) $54x^3 + 25y^5 + 30z^2$

(الحمولةُ الثانية) $36x^3 + 20y^5 + 25z^2$

اجد الفرق بين الحمولتين $= (54x^3 +25y^5 +30z^2) - (36x^3 + 20y^5 + 25z^2)$

تغيير اشارة الحدود الجبريِّة في المقدار الثاني $= (54x^3 +25y^5 +30z^2)+(-36x^3 - 20y^5- 25z^2)$

استعمل خاصية التجميع $= (54x^3- 36x^3) +(25y^5- 20y^5)+(30z^2- 25z^2)$

اذا الفرق بين الحمولتين $18x^3+ 5y^5 + 5z^2$ $=18x^3+ 5y^5 + 5z^2$

مثال (5) جدْ ناتجَ طرحِ المقاديرِ الجبريّةِ الاتية :

i) $(3\sqrt{2}\,xy - |-2|\,zw - \sqrt{4}\,r^2v^2)$, $(2\sqrt{2}\,xy - 10zw + 4r^2v^2)$

$= (3\sqrt{2}\,xy - |-2|\,zw - \sqrt{4}\,r^2v^2) - (2\sqrt{2}\,xy - 10zw + 4r^2v^2)$ اطرح المقدار الثاني من الاول

$= (3\sqrt{2}\,xy - 2zw - 2r^2v^2) + (-2\sqrt{2}\,xy + 10zw) - (4r^2v^2))$ اضافةُ النظيرِ الجمعي

$= (3\sqrt{2}\,xy - 2\sqrt{2}\,xy) + (-2zw + 10zw) + (-2r^2v^2 - 4r^2v^2)$ اجمعُ الحدودِ المتشابهة

$= \sqrt{2}\,xy + 8zw - 6r^2v^2$

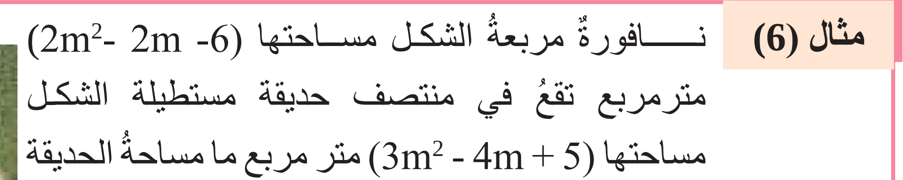
ii) $(3x^2 - 15y - 6) - (7x^2 - 9y + 6)$

$= (3x^2 - 15y - 6) + (-7x^2 + (+9y) + (-6))$ اجمعُ الحدودِ المتشابهة

$= (3x^2 + (-7x^2)) + (-15y + 9y) + (-6 - 6)$

$= -4x^2 - 6y - 12$

مثال (6) نـــــافورةٌ مربعةُ الشكل مســـاحتها $(2m^2 - 2m - 6)$ مترمربع تقعُ في منتصف حديقة مستطيلة الشكل مساحتها $(3m^2 - 4m + 5)$ متر مربع ما مساحةُ الحديقة المحيطة بالنافورة؟



مساحةُ الحديقة $(3m^2 - 4m + 5) - (2m^2 - 2m - 6)$

اضافةُ النظير الجمعيِّ $= (3m^2 - 4m + 5) + (-2m^2 + 2m + 6)$

اجمع الحدود المتشابهة $= (3m^2 - 2m^2) + (-4m + 2m) + (5 + 6)$

اجدُ المقدار $= m^2 - 2m + 11$

لذا مساحة الحديقة المحيطة بالنافورة $m^2 - 2m + 11$ متراً مربعاً

تأكَّدْ من فهمِكَ جدْ جمع المقاديرِ الجبريِّةِ الاتية:

الأسئلة (3 - 1) مشابهة للمثالين 2-1

1. $(20x^2y^2 + \frac{1}{2} z^3w^2 + 5)$, $(20x^2y^2 + \frac{3}{2} z^3w^2 + 10)$
2. $(\sqrt{2}\, h^3 + 2k^2y + 9)$, $(2\sqrt{2}\, h^3 + k^2y + 6)$
3. $(|-\sqrt{5}|\, m^3n^2 + \frac{1}{5} r^2v^2 + 3)$, $(5\sqrt{5}\, m^3n^2 + 2r^2v^2 + 4)$

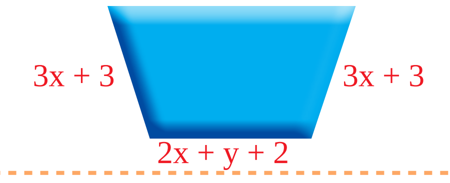
جدْ طرحَ المقاديرِ الجبريِّةِ الاتية:

الأسئلة (6 - 4) مشابهة للمثالين 5-4

4. $(7m^2n^2 + \frac{1}{3}y^2 + \sqrt{7})$, $(6m^2n^2 + \frac{2}{9}y^2 + 2\sqrt{7})$
5. $(8a^3b + 10z - 4)$, $(2a^3b + 5z + 3)$
6. $(\frac{1}{25}hk + 2y - 9)$, $(5hk - y - 8)$

7. ما محيط الشكل المجاور

السؤال (7) مشابهة للمثال 3



تدربْ وحلّ التمرينات

اجمعِ المقاديرَ الجبريّةَ الاتية:

8. $(|-12|x^2y^2z + 2ab + 4), (x^2y^2z + ab - 2)$
9. $(4\sqrt{2}r^2v^2 + 2hk + 3), (\sqrt{2}r^2v^2 + 5hk + 6)$
10. $(\frac{1}{10}zw + 10x + 2), (\frac{2}{5}zw + 10x + 2)$

جد طرحِ المقاديرَ الجبريّةَ الاتية:

11. $(7m^2n^2 - |3|y + \sqrt{7}), (7m^2n^2 + \frac{1}{3}y - 2\sqrt{7})$
12. $2\sqrt{2}\ a^3b + 20z - 4\sqrt{5}\ , \sqrt{2}\ a^3b + 5z + \sqrt{5}$
13. $(\frac{1}{25}hk + 2x - 9), (\frac{1}{5}hk - 10x - 8)$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



14. كهربائيةٌ: في احدى محال الاجهزة الكهربائية بيعت في شهر آذار اجهزة الغسالات بمبلغ $(\sqrt{2}x^3 + \frac{1}{2}yz + 4)$ دينار وأجهزة التبريد بمبلغ $(\sqrt{2}x^3 + 4yz + 8)$ دينار ما مجموع المبيعات للمحلّ في شهر آذار؟

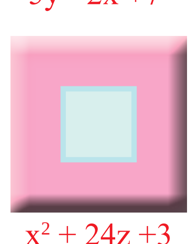


15. محطاتٌ: انطلق قطاران من المحطة نفسها باتجاهين متعاكسين اصبح احدهما على بعد $(|2|\ x^2 + 4y + 20)$ كيلومتر من المحطة في حين أصبح القطار الثاني على بعد $(4x^2 + 10y + 2)$ كيلو متر من المحطة جِد المسافة بين القطارين.

فَكِّرْ



16. تحدٍّ: اذا كان محيط المثلث المجاور $4x + 12y + 8$ متر فما طول الضلع المجهول؟



17. تطبيقٌ هندسيٌ: في الشكل المجاور مساحة المربع الكبير $(2x^2 + 24x + 3)$ متر مربع ومساحة المربع الصغير $(x^2 - 21x + 1)$ متر مربع ما الفرق بين مساحة المربع الكبير و المربع الصغير؟

18. حسٌّ عدديٌ: ما المقدار الذي تطرحة من $(7x^2 - 4y^2 + 5)$ لتحصل على الناتج $(x^2 + 3)$؟

أُكتبْ

مسألةً من واقع الحياة عن جمعِ وطرحِ المقدارين الجبريّين.

الدرس [3-2]

ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ
Multiplying an Algebraic Expression by an Algebraic Term

فكرةُ الدرسِ
- ضربُ حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ.
- ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ.

المفردات
- حدٌّ جبريٌّ.
- مقدارٌ جبريٌّ.

تَعلَّم

صنعَ احمد صندوقاً من الخشب قاعدته مستطيلة الشكل إذا كان طولُ الصندوق بالسنتمترات $(\sqrt{10}m^2n^2)$ وعرضه بالسنتمترات $(\sqrt{5}\ m^2n^2)$ ما مساحةُ قاعدة الصندوق؟



[3-2-1] ضربُ حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ
Multiplying an Algebraic Term by an Algebraic Term

تعلمتَ سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ اذا كانت المتغيرات مختلفة اما في هذا الدرس سوف نتعلم ضرب حدٍّ جبريٍّ في حدٍّ جبريٍّ باستعمال الخواص الآتية: i) $a^{nm} = (a^n)^m$ ii) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ iii) $a^0 = 1$ إذ إن a عددٌ حقيقيٌّ ولا يساوي صفراً.

مثال (1) مساحةُ قاعدةِ الصندوقِ = الطول × العرض

اضرب المعاملات و المتغيرات $A = \sqrt{10}m^2n^2 \times \sqrt{5}\ m^2n^2$

خواص الاعداد الحقيقية $= (\sqrt{10} \times \sqrt{5})\ m^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot n^2$

عند الضرب تجمع الاسس $= (\sqrt{10} \times \sqrt{5})\ m^{2+2} \cdot n^{2+2}$

$= \sqrt{50}m^4n^4$

$= 5\sqrt{2}\ m^4n^4$

لذا مساحة المستطيل $5\sqrt{2}\ m^4n^4$ بالسانتمترات المربعة

مثال (2) جد ناتج الضرب في كلّ مما ياتي :

i) $(4x^3y^4)(6x^5y^5) = (4\times6)(x^3\times x^5)(y^4\times y^5) = 24x^{3+5} \times y^{4+5} = 24x^8y^9$

ii) $(9h^2k)(-2h^3k) = (9\times-2)(h^2\times h^3)(k\times k) = -18h^5k^2$

iii) $(|-12|r^2v)(|-4|r^2vn) = (12\times4)r^{2+2}v^{1+1}n = 48r^4v^2n$

iv) $(\sqrt{36}z^2w^2)(6zk) = (6)(6)z^{2+1}w^2k = 36z^3w^2k$

v) $(\sqrt{7}\ g^2h^2)(\sqrt{14}g) = (\sqrt{7})(\sqrt{14})(g^2 \cdot g)(h^2) = 7\sqrt{2}g^3h^2$

vi) $(\frac{5}{7}a^3b^3)(\frac{49}{25}a^{-2}b^{-3}) = (\frac{\overset{1}{\cancel{5}}}{\underset{1}{\cancel{7}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{49}}}{\underset{5}{\cancel{25}}})a^{3+(-2)}b^{3+(-3)} = \frac{7}{5}ab^0 = \frac{7}{5}a\times1 = \frac{7}{5}a$

[3-2-2] ضرب حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ
Multiplication an Algebraic Term by an Algebraic a Mount

تعلمت سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ بمقدار جبريٍّ باستعمال خاصية التوزيع اذا كانت المتغيرات مختلفة والآن سوف نتعلم ضرب حدٍّ جبريٍّ بمقدارٍ جبريٍّ اذا كانت الأساسات متشابهة أو مختلفة باستعمال خاصية التوزيع ايضا.

مثال (4) جِدْ ناتج الضربِ في كل مما ياتي :

i) $-5h^2k(3h^4k^2 + 6h^2k) = -5h^2k(3h^4k^2) + (-5h^2k)(6h^2k)$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (-5)(3)(h^2 \times h^4) \times (k \cdot k^2) + (-5)(6) \times (h^2 \cdot h^2) \times (k \cdot k)$

$= -15h^{2+4}k^{1+2} + (-30)h^{2+2}k^{1+1}$ عند الضرب تجمع الاسس

$= -15h^6k^3 - 30h^4k^2$

ii) $3m^3n^4(1 - 5mn^5) = 3m^3n^4(1) - (3m^3n^4)(5mn^5)$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (3)(m^3n^4) - (5)(3)m^3 \cdot m \cdot n^5 \cdot n^4$

$= 3m^3n^4 - 15m^{3+1}n^{5+4}$ عند الضرب تجمع الاسس

$= 3m^3n^4 - 15m^4n^9$

iii) $\frac{1}{3}x^2y(\frac{1}{2}xy^2z + 4x^{-2}yz) = \frac{1}{3}x^2y(\frac{1}{2}xy^2z) + (\frac{1}{3}x^2y)(4x^{-2}yz)$

باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (\frac{1}{3})(\frac{1}{2})(x^2 \cdot x)(y \cdot y^2 \cdot z) + (\frac{1}{3})(4)(x^2 \cdot x^{-2})(y \cdot y \cdot z)$ عند الضرب تجمع الاسس

$= \frac{1}{6}x^3y^3z + \frac{4}{3}zy^2$

iv) $\sqrt{5}(5z^2w^2 + \sqrt{5}zw + 2)$

$= \sqrt{5}(5)z^2w^2 + (\sqrt{5})\sqrt{5}zw + 2\sqrt{5}$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= 5\sqrt{5}z^2w^2 + 5zw + 2\sqrt{5}$ عند الضرب تجمع الاسس

v) $\sqrt{2}x^3y(3\sqrt{2}x^{-2}y^{-1} - \sqrt{2}x^{-3}y^2)$

$= (\sqrt{2})(3\sqrt{2})x^3x^{-2} \cdot yy^{-1} - (\sqrt{2})(\sqrt{2})x^3x^{-3}yy^2$ باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= 6xy^0 - 2x^0y^3$ عند الضرب تجمع الاسس

$= 6x - 2y^3$

مثال (5) ملعبٌ مستطيلُ الشكلِ طوله بالامتار $(4x^2)$ وعرضه بالامتار $(2x^3 - 4xy - 3)$ ما مساحةُ الملعبِ؟



مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$A = 4x^2 \times (2x^3 - 4xy - 3)$$

$$= 4x^2(2x^3) - (4x^2)(4xy) - (4x^2)(3)$$ باستعمال خاصية التوزيع

$$= 8x^5 - 16x^3y - 12x^2$$

اذا مساحةُ الملعب $8x^5 - 16x^3y - 12x^2$

تأكّد من فهمِك

جِدْ ناتج الضربِ في كلِّ مما يأتي:

الأسئلة (1 - 2) مشابه للمثال (2)

الأسئلة (3 - 6) مشابه للمثال (4)

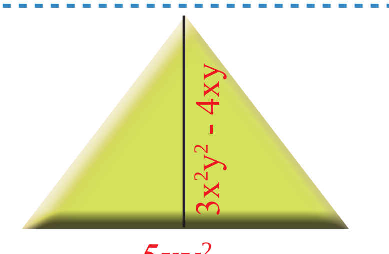
1. $(\frac{\sqrt{3}}{4} m^2n)(2m^3)$
2. $(20x^{-5}yz)(10xy)$
3. $(8r^3v^2)(|-5| r^2v + 6r^2v^2)$
4. $\sqrt{2}\, x^2y^2(\sqrt{2}\, xy^5 - y^5)$
5. $\sqrt{7}\, z^2w(z^{-1}wy + 2\sqrt{7}\, z^4w^2y)$
6. $\frac{1}{4}h^2k\,(\frac{\sqrt{16}}{4} h^{-2}kr + 6h^3k^{-1}r^2 + \sqrt{8})$

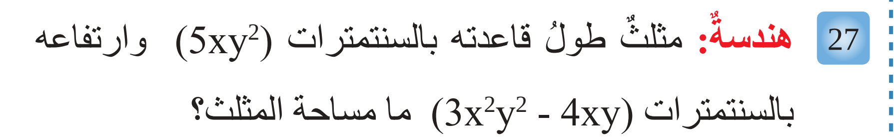
تدربْ وحلّ التمرينات

جِدْ ناتج الضربِ في كلِّ مما ياتي :

7. $(m^4n)(m^3n^{-4})$
8. $\sqrt{5}\, a^2b^2c^3(2\sqrt{5}\, a^4)$
9. $-7r^4vy^3(5rv^4y^2)$
10. $\sqrt[3]{-27}\, x^2y^2\, (\sqrt[3]{-8}\, xyz)$
11. $(y-2)(xy)$
12. $(|-3|\, z)wx^4z^{-3}$
13. $(8w-4)(7w^{-5})$
14. $-3xy^2z\,(5x^4y^2 + 4xy^2z - 6x^2y^2z^3)$
15. $\frac{1}{2}ab^2c\,(2a^{-1}b^{-2}c^{-1})$
16. $(5a^2b + 4a^3b - \frac{1}{2}abc^2)\, 8a^{-2}b$
17. $hk\,(6h^2k^2 - 7h^2y + 2zy)$
18. $12x^6y^7\,(1 - \frac{1}{2} - x^3y)$
19. $\frac{-1}{3} r^2\,(r^2 - \sqrt{7}\, r^2vy)$
20. $4ab\,(a^2b - \sqrt[3]{64}\, abc)$
21. $x^{-4}(x - x^3y^5 + \sqrt{2}\, x^{-2})$
22. $5m^{-3}(2m + nz^4 + 4)$
23. $|-3|\, r^2v^2(|4|\, rv + 25)$
24. $\frac{1}{6}yz\,(36y^2z^2 + 6yz + 36)$
25. $\sqrt{9}\, gh(2g^4h^2 + 3gh + 5)$
26. $|-8|\, z^6w^5(|-2|\, z^{-6}w^{-5} + \frac{1}{4}z^{-4}w^{-5})$

تدربْ وحلّ مسائل حياتيةً





27 **هندسةٌ:** مثلثٌ طولُ قاعدته بالسنتمترات $(5xy^2)$ وارتفاعه بالسنتمترات $(3x^2y^2 - 4xy)$ ما مساحة المثلث؟



28 **تكنلوجيا:** اشترك احمد في خدمة الانترنت بسرعة $4x^5y^2$ في حين تزيد سرعة اشتراكِ محمدٍ بمقدارِ $5xy^{-2}$ عن سرعة اشتراك أحمد. فما سرعة اشتراك أنور التي تمثل حاصل ضرب سرعتي اشتراك أحمد ومحمد؟

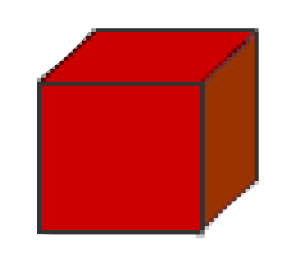


29 **أحياءٌ:** اذا كان عدد أفراد مملكةِ النحلِ $10w^3z$ وتضاعفت بمقدارِ $5z^2$ فكم اصبح عددُ النحلِ؟

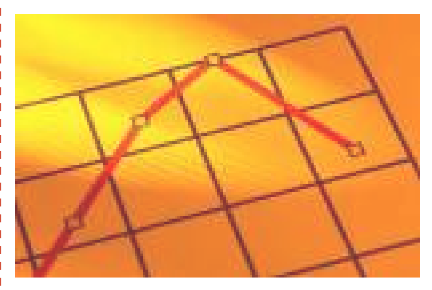
فَكِّر

30 **أصحِّحُ الخطأ:** كتب علي ناتج ضرب المقدار $\sqrt{2}\ h^2k^2 (\sqrt{2}\ h^2k^2 - \sqrt{4}\ h^3k)$ على شكل $4h^3k^4 - 4h^5k^3$ جد خطأ علي وصححه .

31 **تحدٍّ:** ما الحدُّ الجبريُّ الذي نضربه في المقدار $\frac{5}{2}x^2y + 5x - 4$ فيكون الناتج $10x^4y^4 + 20x^3y^3 - 16x^2y^3$



32 **تحدٍّ:** صندوق على شكل منشور رباعيٍّ مساحة قاعدته z^2 وحدة مربعة وارتفاعه $(5z^2 + 5)$ وحدة ما حجم المنشور؟



33 **احصائياتٌ:** اذا كان عدد سكان محافظة ديالى $(2x^{-3}y^3)$ نسمة في حين سكان محافظة بغداد $(20x^{-2}y^2)$ مرة من عدد سكان محافظة ديالى. فما عددُ سكانِ محافظة بغداد؟

أكتب

حاصلُ ضربِ حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وجد ناتجَ الضربِ.

الدرس [3-3] ضرب المقادير الجبريّة
Multiplying Algebraic Expressions

فكرةُ الدرسِ
- ضرب مقدارين كل مقدار من حدين، ضرب مقدارين الاول من حدين والثاني من ثلاثة حدود.

المفردات
- حدانية.
- ثلاثة حدود.
- ضربٌ عامودي.
- ضربٌ افقي.

تعلم

زرع فلاح ارضاً للخضروات على شكل مستطيلٍ طول الارض بالامتار $(\sqrt{5}x^2y+x)$ وعرضها بالامتار $(\sqrt{25}x^2y+4)$ ما مساحة الارض؟



[1-3-4] ضربُ مقدارين جبريِّن كل منهما من حدين
Multiplying Algebraic Expression by Two Terms

تعلمت سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وسوف تتعلّم في هذا الدرس ضرب مقدار جبريٍّ في مقدار جبريٍّ كل منهما يتكون من حدين باستعمال خاصية التوزيع، هناك نوعان من الضرب الأفقي والعمودي.

مثال (1) مساحةُ المستطيلِ (الخضراوات) = (الطول × العرض)

مساحة المستطيل (الخضراوات)

$$A = (\sqrt{5}x^2y+x)(\sqrt{25}x^2y+4)$$

باستعمال خاصية التوزيع

$$= (\sqrt{5}x^2y \times \sqrt{25}x^2y) + \sqrt{5}x^2y(4) + x(\sqrt{25}x^2y) + (4)(x)$$

باستعمال الضرب الافقي

$$= (\sqrt{5}x^2y \times 5x^2y) + (4\sqrt{5}x^2y) + (5x^3y) + (4x)$$

مساحةُ الارضِ بالامتار المربعة

$$= 5\sqrt{5}x^4y^2 + 4\sqrt{5}x^2y + 5x^3y + 4x$$

مثال (2) جد ناتج الضرب (الافقي) في كلٍّ مما يأتي :

$$\text{i) } (\tfrac{1}{2}x^2+y^2)(x^3+2y^2)$$

باستعمال خاصية التوزيع

$$= (\tfrac{1}{2}x^2 \cdot x^3 + \tfrac{1}{2}x^2 \cdot 2y^2) + (y^2 \cdot x^3 + y^2 \cdot 2y^2)$$

باستعمال الضرب الافقي

$$= \tfrac{1}{2}x^5 + x^2y^2 + x^3y^2 + 2y^4$$

$$\text{ii) } (|-2|ab + |-5|bc)(3+ab)$$

باستعمال خاصية التوزيع

$$= (2\times3)ab + 2a^2b^2 + (5\times3)bc + 5ab^2c$$

باستعمال الضرب الافقي

$$= 6ab + 2a^2b^2 + 15bc + 5ab^2c$$

مثال (3) جدْ ناتجَ الضربِ (العمودي) لكل ممايأتي:

i) $(3th^2 - 7)(5 + th^2)$

$$\begin{array}{l} (3th^2 - 7) \\ \times (5 + th^2) \\ \hline 15th^2 - 35 \\ -7th^2 \quad + 3t^2h^4 \\ \hline 8th^2 - 35 + 3t^2h^4 \end{array}$$

اضرب بالطريقة العمودية ($3th^2$) في القوس الثاني

اضرب بالطريقة العمودية (-7) في القوس الثاني

اضع الحدود المتشابهة تحت بعض

اجمع الحدود

ii) $(\frac{2}{9}z^2w^3 + 1)(3wz + 4)$

$$\begin{array}{l} (\frac{2}{9}z^2w^3 + 1) \\ \times (3zw + 4) \\ \hline \frac{2}{3}z^3w^4 + 3zw \\ \quad + \frac{8}{9}z^2w^3 + 4 \\ \hline \frac{2}{3}z^3w^4 + \frac{8}{9}z^2w^3 + 3zw + 4 \end{array}$$

اضرب بالطريقة العمودية ($\frac{2}{9}z^2w^3$) في القوس الثاني

اضرب بالطريقة العمودية (1) في القوس الثاني

اضع الحدود المتشابهة تحت بعض

اجمع الحدود

مثال (4) ملعبُ كرةِ طائرةٍ بعداه بالأمتار (8y-6) ، (8y+3))

ما مساحة الملعب ؟ مساحة الملعب = الطول × العرض



$A = (8y+3) \times (8y-6)$ باستعمال خاصية التوزيع

$= 64y^2 - 48y + 24y - 18$ باستعمال الضرب الافقي

$= (64y^2 - 24y - 18)$ مساحةُ الملعبِ بالامتار المربعة

[3-3-2] ضرب مقدارين الاول من حدين والثاني من ثلاثة حدود

Multiplying an Algebraic Expression by Two Terms and by Three Terms

تعلمت سابقا في البند الاول من هذا الدرس ضرب مقدار جبريٍّ في مقدار جبريٍّ باستعمال خاصية التوزيع بالضرب العمودي والافقي وسوف تتعلم ضرب مقدارٍ جبريٍّ يتكون من حدين مع مقدارٍ جبريٍّ يتكون من ثلاثة حدود باستعمالِ الضربِ الافقي والعمودي .

مثال (5) جدْ ناتجَ الضربِ (الافقي) في كل مما يأتي :

i) $(-2x^2 - 8)(x^3 + x - 2)$

$= -2x^2(x^3 + x - 2) - 8(x^3 + x - 2)$ باستعمال خاصية التوزيع

$= -2x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 8x^3 - 8x + 16$ باستعمال الضرب الافقي

$= -2x^5 - 10x^3 + 4x^2 - 8x + 16$

باستعمال خاصية التوزيع

$ii)\ (\sqrt{7}y^2 - 5z)(\sqrt{7}y^2 + 3z - \sqrt{7}w)$

باستعمال الضرب الافقي

$= (\sqrt{7}y^2)(\sqrt{7}y^2 + 3z - \sqrt{7}w) - (5z)(\sqrt{7}y^2 + 3z - \sqrt{7}w)$

$= 7y^4 + 3\sqrt{7}zy^2 - 7wy^2 - 5\sqrt{7}zy^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7}zw$

$= 7y^4 - 2\sqrt{7}zy^2 - 7wy^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7}zw$

مثال (6) جدْ ناتجَ الضربِ (العمودي) لكل مما يأتي:

$i)\ (z + 7)(z^2 - 2z + 3)$

$$\begin{array}{l} (z+7) \\ \times(z^2 - 2z + 3) \\ \hline z^3 - 2z^2 + 3z \\ \quad 7z^2 - 14z + 21 \\ \hline z^3 + 5z^2 - 11z + 21 \end{array}$$

اضربُ (z) في القوس الثاني
اضربُ (7) في القوس الثاني
اجمعُ الحدود

$ii)\ (x + y)(x - xy + y^2)$

$$\begin{array}{l} (x+y) \\ \times(x - xy + y^2) \\ \hline x^2 - x^2y + xy^2 \\ \quad xy - xy^2 + y^3 \\ \hline x^2 + xy - x^2y + y^3 \end{array}$$

اضربُ (x) في القوس الثاني
اضربُ (y) في القوس الثاني
اجمعُ الحدود

تأكّد من فهمكَ

جدْ ناتجَ الضربِ افقياً لكل مما يأتي:

الأسئلة (1-4) مشابهة للمثال (2)

1. $(3x-2)(4x+1)$
2. $(\sqrt{5}x-5)(\sqrt{\frac{25}{5}}x - 6)$
3. $(2a^2b-\frac{5}{8})(\frac{3}{5}ab^3-\frac{1}{6}b)$
4. $(-4m^3n^2 - 6mn^3)(6mn - 3m)$

جدْ ناتجَ الضربِ عمودياً لكل مما يأتي:

الأسئلة (5-8) مشابهة للمثال (6)

5. $(2x-5)(-4x^3+5y-7)$
6. $(2x^2y-3)(xy^2 - 3z - 15w)$
7. $(4a-4y)(y^2+5z-6)$
8. $(x^2-2x)(5x^2+3x-4)$

تدربْ وحلّ التمرينات

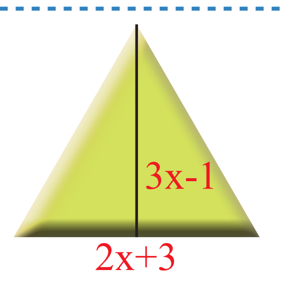
جدْ ناتجَ الضربِ افقياً لكل مما يأتي:

9. $(x^2y-5z)(y+4)$
10. $(\frac{1}{2}w^2+4)(\frac{16}{\sqrt{4}}z^2+4)$
11. $(3m-5)(|10|m^2-3n)$
12. $(x+2y)(2x+1)$
13. $(ab+3c)(2a+c)$
14. $(\sqrt{5}m-3x)(m-2x)$
15. $(\sqrt{7}y-z)(\sqrt{7}yw+z)$
16. $(6m+5)(2x^2-3x-5)$
17. $(h^2k+1)(rv+5)$

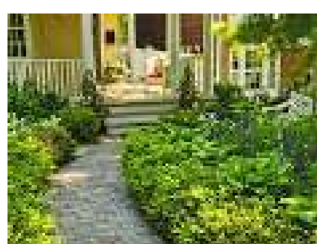
جدْ ناتجَ الضربِ عمودياً لكل مما يأتي:

18. $(3xy-3)(4y+3z)$
19. $(\frac{1}{2}m^2+2m)(4m^2-8m+5)$
20. $(\sqrt{2}x^2+3y-1)(\sqrt{2}x^2-5y)$
21. $(3x-5)(6x^2+12x-8)$
22. $(|-24|+6y)(|-2|zw+2y)$
23. $(\sqrt{6}x^2-3y)(4y^2+10y+2)$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



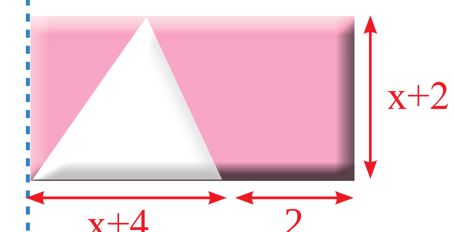
24 **هندسة:** ما مساحةُ مثلثٍ اذا كان طولُ قاعدتهِ $(2x+3)$ وارتفاعه $(3x-1)$ بالامتار؟



25 **هندسة:** يحيطُ ممرٌعرضهُ x بحديقة مستطيلة الشكل طولها 8 أمتار وعرضها 6 أمتار، ما المساحة الكلية للحديقة والممر؟



26 **قوالبٌ:** قالب للكيك مصنوع من الالمنيوم قاعدته مستطيلة الشكل ما مساحة قاعدته اذا علمت أن بعديه بالسنتمترات في الشكل المجاور؟



27 جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور؟

فكّر

28 **تحدٍّ:** جدْ ناتجَ ما يأتي:

i) $(y^m + y^n)(y^{m-1} - y^{n-1} + y^n)$

ii) $(3 - z)(3^2 + 3z + z^2)$, $n , m \in R$

iii) $(\frac{1}{2}t - \frac{1}{3})^3$

iv) $(x+ y) (x - y)$

29 **أصحّح الخطأ:** كتبت سعاد ناتج المقدار $(2x+6)^2$ بالشكل الآتي: $4x^2 +12x - 36$

اكتشف خطأ سعاد وصححه.

30 **مسألةٌ مفتوحة:** اكتب مقداراً يحتوي على حدين ومقداراً يحتوي على ثلاثةِ حدود ثم جدْ ناتجَ ضربهما .

أكتب

مقدارين كل منهما من حدين ثم جدْ ناتجَ الضربِ بالطريقةِ العموديةِ والافقيةِ .

الدرسُ [3-4]

قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing by an Algebric Term Expression

فكرةُ الدرسِ

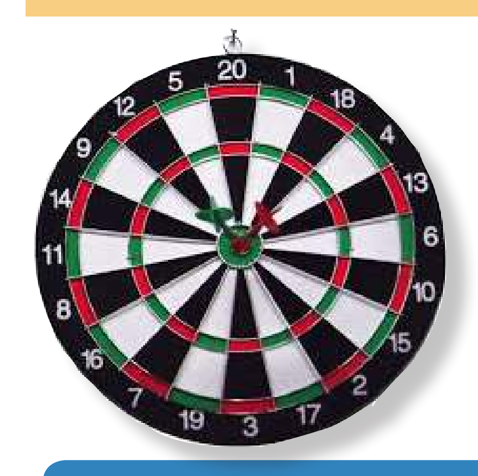
- قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ.
- قسمة مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ .

المفردات

- قسمة .
- حدٌّ جبريٌّ .

تَعَلَّم

في العاب الاسهم ينطلق السهم افقياً بحسب القانون $x=\frac{5h^2n}{h}$ إذ إن x يمثل سرعة السهم ويرمز الى ارتفاع h السهم بالامتار ويرمز n الى الزمن بالثواني جد سرعة السهم اذا كانت قيمة $h=5, n=2$.



[3-4-1] قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing an Algebric Term by an Algebric Term

تعلمت سابقا قسمة الاسس اي ان $\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$ إذ أن a عددٌ حقيقيٌّ وان لا يكون المقام يساوي صفراً. اما في هذا الدرس سوف تدرس قسمة المقادير الجبريّة اي حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ اي اقسم معامل الحدِّ الاول على معامل الحدِّ الثاني ثم اطرح الاسين في كل قوتين لهما الأساس نفسه .

مثال (1) لحسابِ سرعةِ انطلاقِ السهمِ $x=\frac{5h^2n}{h}$

$x=\frac{5h^2n}{h}$

اقسم الحد على h

$x=5h^2h^{-1}n$

نعوض قيمة h , n

$x=5(5)(2)$

$x=50$ m/s

لذا سرعة السهم عند اطلاقه 50 مترا في الثانية.

مثال (2) جد ناتج القسمة لكل مما يأتي إذ أن المقام لا يساوي صفراً:

i) $\frac{8x^7y^4}{6x^5y^3}=\frac{4}{3}x^{7-5}y^{4-3}=\frac{4}{3}x^2y$

اقسم المعامل على المعامل ثم اطرح الاسين

ii) $\frac{-5h^6k}{25h^2}=\frac{-1}{5}h^{6-2}k=\frac{-1}{5}h^4k$

iii) $\frac{\sqrt{16}\,r^2v^2}{4rv}=\frac{4}{4}r^{2-1}v^{2-1}=r\,v$

iv) $\frac{\frac{1}{3}zw}{3z^3}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}z^{-2}w=\frac{1}{9}z^{-2}w=\frac{w}{9z^2}$

v) $\frac{12a^5b^2}{4a^4b^2}=\frac{12}{4}ab^{2-2}=3a$

vi) $\frac{-32m^5n^2}{-8m^3n}=\frac{-32}{-8}m^{5-3}n^{2-1}=4m^2n$

vii) $\frac{|-30|x^5y^8z^5}{10x^5y^6}=\frac{30}{10}x^{5-5}y^{8-6}z^5=$
$3x^0y^2z^5=3y^2z^5$

[3-4-2] قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ
Dividing an Algebric Expression by an Algebric Term

تعلمت في البند السابق قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ وسوف تتعلم في هذا البند قسمة مقدار جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ إذ إن المقام لايساوي صفرا اي طريقة تجزئة الكسور.

مثال (3) جدْ ناتجَ قسمةِ المقدار الجبريِّ باستعمال تجزئة الكسور إذ ان المقام لا يساوي صفراً لكل مما يأتي:

i) $\dfrac{12x^3+24x^2}{6x} = \dfrac{12x^3}{6x} + \dfrac{24x^2}{6x}$

$= 2x^{3-1}+4x^{2-1} = 2x^2+4x$

ii) $\dfrac{x^6y^2 - x^3y^5 - 3x^2y^7}{x^2y} = \dfrac{x^6y^2}{x^2y} - \dfrac{x^3y^5}{x^2y} - \dfrac{3x^2y^7}{x^2y} = x^{6-2}y^{2-1} - x^{3-2}y^{5-1} - 3x^{2-2}y^{7-1}$

$= x^4y - xy^4 - 3x^0y^6 = x^4y - xy^4 - 3y^6$

iii) $\dfrac{12z^5w^2+9z^4w^5+15z^2w^7}{3z^2w} = \dfrac{12z^5w^2}{3z^2w} + \dfrac{9z^4w^5}{3z^2w} + \dfrac{15z^2w^7}{3z^2w}$

$= 4z^{5-2}w^{2-1}+3z^{4-2}w^{5-1}+5z^{2-2}w^{7-1} = 4z^3w+3z^2w^4+5w^6$

iv) $\dfrac{5a^9b^6 - 25a^3b^4}{5a^5b^4} = \dfrac{5a^9b^6}{5a^5b^4} - \dfrac{25a^3b^4}{5a^5b^4} = a^{9-5}b^{6-4} - 5a^{3-5}b^{4-4}$

$= a^4b^2 - 5a^{-2}b^0 = a^4b^2 - \dfrac{5}{a^2}$

v) $\dfrac{\sqrt{15}x^7 - \sqrt{20}x^4}{\sqrt{10}x^3} = \dfrac{\sqrt{15}x^7}{\sqrt{10}x^3} - \dfrac{\sqrt{20}x^4}{\sqrt{10}x^3} = \dfrac{\sqrt{5}\times\sqrt{3}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}x^{7-3} - \dfrac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{2}}x^{4-3} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}x^4 - \sqrt{2}\,x$

vi) $\dfrac{64r^4v^2-16r^2v^2-32}{8rv} = \dfrac{64r^4v^2}{8rv} - \dfrac{16r^2v^2}{8rv} - \dfrac{32}{8rv} = 8r^3v - 2rv - \dfrac{4}{rv}$

vii) $\dfrac{\sqrt{49x^2y^2}+\sqrt[3]{8}\,x^5y^6 - 7xy}{14xy} = \dfrac{\sqrt{49x^2y^2}}{14xy} + \dfrac{\sqrt[3]{8}\,x^5y^6}{14xy} - \dfrac{7xy}{14xy}$

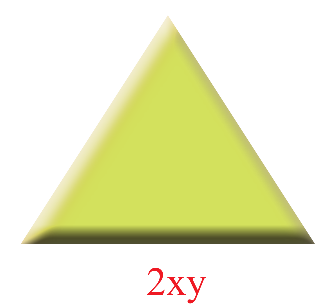
$= \dfrac{7x^2y^2}{14xy} + \dfrac{2x^5y^6}{14xy} - \dfrac{7xy}{14xy} = \dfrac{1}{2}xy + \dfrac{1}{7}x^4y^5 - \dfrac{1}{2}$

مثال (4) في الشكل المجاور اذا كانت قاعدة المثلث $2xy$ ومساحته x^2-xy+y^2 جدْ ارتفاعهِ بالامتار؟

ارتفاع المثلث = $\dfrac{\text{2 مساحة المثلث}}{\text{القاعدة}}$

$= \dfrac{2x^2 - 2xy + 2y^2}{2xy}$

$= \dfrac{2x^2}{2xy} - \dfrac{2xy}{2xy} + \dfrac{2y^2}{2xy} = \dfrac{x}{y} - 1 + \dfrac{y}{x}$



تأكدَّ من فهمكَ

جِدْ ناتجَ القسمةِ لكل مما يأتي إذ إن المقام لا يساوي صفراً :

الأسئلة (6-1) مشابهة الى المثال (2)

1) $\frac{15m^7n^6}{24m^6n^3}$ 2) $\frac{-24x^3y^3}{36x^2y^4}$ 3) $\frac{8z^5}{-12z^2}$

4) $\frac{56h^{12}k^{10}}{-21h^8k^5}$ 5) $\frac{-18r^2v^6}{-15r^2v^2}$ 6) $\frac{72x^5y^6}{24x^3y^4}$

الأسئلة (12 -7) مشابهة الى المثال (3)

7) $\frac{-84x^6y^5 + 12x^5y^5}{4x^5y^5}$ 8) $\frac{36m^7 - 25m^6 + 18m^5}{6m^7}$ 9) $\frac{\sqrt{5}\,h^6 - \sqrt{2}\,gh^2}{10h^3}$

10) $\frac{\sqrt{18}z^4w^6y^5 - 15z^5w^4y^6}{3x^5y^5}$ 11) $\frac{-2m^5n^6 + m^7n^4}{4m^4n^5}$ 12) $\frac{\sqrt[3]{-8}\,v^7 - 20v^4}{4v^3}$

تدربْ وحلّ التمرينات

جِدْ ناتجَ القسمةِ لكل مما يأتي إذ إن المقام لا يساوي صفراً :

13) $\frac{12b^5}{4b^2}$ 14) $\frac{-32m^5n^2}{-8m^3n^4}$ 15) $\frac{12x^4y^2}{-2yx^2}$

16) $\frac{81x^7y^8z^6}{27x^7y^7z^3}$ 17) $\frac{36m^5n^5}{3m^6n^3}$ 18) $\frac{9r^2v^2}{6r^3v^4}$

19) $\frac{49r^2v^2}{7rv}$ 20) $\frac{\sqrt{36}\,h^3k^5}{6hk}$ 21) $\frac{8y^3w^2}{-12yw}$

22) $\frac{-r^4v^3 - 4r^6v^5}{3r^3v^5}$ 23) $\frac{6w^5z^2 + 9w^2z^2}{3w^5z^3}$ 24) $\frac{15h^8k^4 + 9h^3k^4}{3h^3k^2}$

25) $\frac{13a^9b^6c^5 - 52a^7b^4c^6}{13a^5b^3c^2}$ 26) $\frac{8x^5}{12x^{-4}}$ 27) $\frac{6x^5y^4 + 6x^3y^2}{9x^3y^2}$

28) $\frac{\sqrt{36m^6} + \sqrt[3]{27}\,m^3 + 8m^2}{4m^{-2}}$ 29) $\frac{72n^7 - 63n^6 - 54n^5}{9n^5}$ 30) $\frac{21y^2 - 15y + 12y^3}{3y^2}$

31) $\frac{48z^4 + 16z^3 + 8z^2}{4z^2}$ 32) $\frac{12m^5n^4 + 9m^4n^2 + 12m^2n^2}{3m^2n^2}$ 33) $\frac{\frac{1}{5}r^3b^4 + \frac{1}{15}r^2b^2 - \frac{1}{25}rb}{\frac{1}{25}rb}$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



34 **هندسة:** علبةٌ معدنيةٌ على شكل اسطوانة اذا كان قانــــون $h=\frac{m-2\Pi r^2}{2\Pi r}$ إذ m المساحة الكلية للعلبةِ المعدنيةِ، r نصف قطرِ قاعدتِها $r = 5cm$ ، $m= 280cm^2$ جد قيمة h.

35 **هندسة:** اذا كان $Z=\frac{n^2-m^2}{n}$ جد قيمة المقدار Z اذا علمت ان $m=4$ ، $n=5$.

36 اثبت أن المقدارَ الجبريَّ لا يحتوي على متغير $\frac{25v^2-15r+5}{5} - \frac{25r^2v^4-15r^3v^2-5r^2v^2}{5r^2v^2}$.



37 **ألعاب نارية:** انطلق سهمٌ ناريٌّ عمودياً نحو الاعلى وفقاً للقــــانون $v=\frac{h+5t^2}{t}$ إذ v يمثل سرعة السهم عند الانطلاق (m/sec) ويرمز h الى الارتفاع الذي بلغه السهم (m) ويرمز t الى الزمنِ (sec) جد سرعة انطلاق السهم اذا علمت أنه بلغ ارتفاع 275m خلال 5 ثواني.

فكِّر

38 **تحدٍّ:** ضع المقدار الجبري في أبسط صورةٍ:

$$\frac{4z^3+5z^2+6z}{z} + \frac{-8z^4-10z^3+z^2}{2z^2}$$

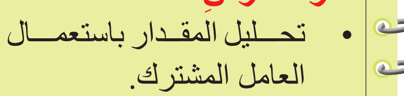
39 **أُصحّح الخطأ:** قسم احمد المقدار الجبريِّ $\frac{20x^3y^2+12x^2y^2+28xy}{4xy}$ فكان الناتج القسمة هو $5x^2y+3x^2y^2-7x$ ، بين خطأ أحمد وصححه.

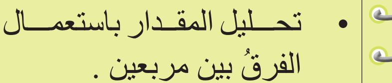
أُكتب

مثالاً واحداً على قسمةِ مقدارٍ جبريٍّ من ثلاثة حدود على حدٍّ جبريٍّ وجد الناتج.

الدرسُ]3-5[تحليل المقادير الجبريّة

Factoring an Algebraic Expressions





فكرةُ الدرس

- تحــليل المقـدار باستعمـال العامل المشترك.
- تحــليل المقـدار باستعمـال الفرقُ بين مربعين .
- تحــليل المقـدار باستعمـال الفرقُ بين مقدارين مربعين.

المفردات

- العاملُ المشترك.
- الفرقُ بين مربعين.
- الفرقُ بين مقدارين مربعين.

تعلم

يقعُ الهرمُ الاكبرُ (هرم خوفو) في مصر إذ ان الهرم رباعي منتظم المساحة الكلية له $m=x^2+2xy$ إذ ان x تمثل طول قاعدة الهرم y يمثل الارتفاع احد الاوجه، كيف اجد العامل المشترك الاكبر للمقدار الذي يمثلُ المساحةَ الكليةَ للهرم؟



]3-5-1[تحليلُ مقدارِ جبريٍّ باستعمال العامل المشترك

Factoring an Algebraic Expression by a Common Factor

تعلمتَ سابقا ضرب حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وضرب مقدار جبريٍّ في مقدار جبريٍّ وفي هذا الدرس سوف تتعلمُ التحليل بأستخراج العامل المشترك الاكبر ويرمز له (ع . م . أ) وهو عكس عملية الضرب والعامل المشترك الاكبر يتضمن المعامل العددي والمتغيرات المشتركة بأصغر أس.

مثال (1) جد العامل المشترك الاكبر الذي يمثل المساحة:

x^2+2xy

اجد العامل المشترك الاكبر للمقدار وهو x

$\frac{x^2}{x}+\frac{2xy}{x}$

نقسم كل حدٍّ جبريٍّ على العامل المشترك

$x+2y$

فيكون التحليل

$x^2+2xy=x(x+2y)$

التحقق من صحةِ الحل هو ضرب الناتج مع العامل المشترك الاكبر

$x(x+2y)=x^2+2xy$

مثال (2) حَلِّلِ المقدار الجبريَّ باستعمال العامل المشترك الاكبر وتحقق من صحَّة الحلِّ:

i) $25c^2d^2+45d-5cd^3$ (ع . م . أ) = 5d

$=5d\left(\frac{25c^2d^2}{5d}+\frac{45d}{5d}-\frac{5cd^3}{5d}\right)$

$=5d(5c^2d+9-cd^2)$

التحقق: $5d(5c^2d+9-cd^2)$

$=25c^2d^2+45d-5cd^3$

ii) $28h^2k-8k+12$ (ع . م . أ) = 4

$=4\left(\frac{28h^2k}{4}-\frac{8k}{4}+\frac{12}{4}\right)$

$=4(7h^2k-2k+3)$

التحقق: $4(7h^2k-2k+3)=28h^2k-8k+12$

iii) $\frac{1}{4}z^2w^2+\frac{5}{16}zw+\frac{3}{8}zw^3$ (ع . م . أ) = $\frac{1}{4}zw$

$=\frac{1}{4}zw\left(\frac{\frac{1}{4}z^2w^2}{\frac{1}{4}zw}+\frac{\frac{5}{16}zw}{\frac{1}{4}zw}+\frac{\frac{3}{8}zw^3}{\frac{1}{4}zw}\right)$

$=\frac{1}{4}zw\left(zw+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}w^2\right)$

التحقق: $\frac{1}{4}zw\left(zw+\frac{5}{4}+\frac{3}{2}w^2\right)$

$=\frac{1}{4}z^2w^2+\frac{5}{16}zw+\frac{3}{8}zw^3$

[3-5-2] تحليلُ مقدارجبريٍّ باستعمالِ الفرقِ بين مربعين
Factoring Using Difference of Two Sequares

تعلمتَ سابقا تحليل المقدار الجبريِّ باستعمال العامل المشترك الاكبر وسوف تتعلمُ في هذا البندِ التحليلَ باستعمال الفرق بين المربعين أو الطريقتين معا حيث

i) $a^2- b^2 = (a+b)(a-b)$

ii) $ka^2- kb^2 = k(a^2- b^2) = k (a+b)(a-b)$

مثال (3) حَلِّلْ كل مقدار باستعمال الفرق بين مربعين

i) $x^2-y^2 = (x)^2- (y)^2$
$= (x+ y)(x-y)$

ii) $z^2-36 = (z)^2- (6)^2$
$=(z-6)(z+6)$

iii) $4h^2 - 81w^2= (2h)^2- (9w)^2$
$=(2h-9w)(2h+9w)$

iv) $y^2-7 = (y)^2- (\sqrt{7})^2$
$= (y-\sqrt{7})(y+\sqrt{7})$

v) $225m^2n^2- 625a^2b^2$ 25 = (أ . م . ع)
$=25(9m^2n^2-25a^2b^2)=25(3mn-5ab)(3mn+5ab)$

vi) $25h^4-5a^2$ 5 = (أ . م . ع)
$= 5(5h^4-a^2) = 5(\sqrt{5}h^2-a)(\sqrt{5}h^2+a)$

vii) $144z^2w^2-2= (12zw)^2- (\sqrt{2})^2$
$= (12zw-\sqrt{2})(12zw+\sqrt{2})$

[3-5-3] تحليلُ مقدارٍ جبريٍّ باستعمال فرق بين مقدارين مربعين
Factoring Using Difference of Two Sequares Expression

سبق ان تعلمت التحليل باستعمال الفرق بين مربعين ولتحليل المقادير الاكثر تعقيدا يمكن استعمال تحليل الفرق بين مقدارين مربعين لتسهيل بعض العمليات.

مثال (4) حَلِّلْ المقدار باستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

i) $(x+y)^2 - (x+z)^2$

$= [(x+y) +(x+z)] [(x+y)-(x+z)]$ استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

$= (x+y+x+z) (x+y-x-z)$ رفع الاقواس

$= (2x+y+z) (y-z)$ بسط المقدار

ii) $(2m+3)^2 - (3m-4)^2$

$= [(2m+3)+(3m-4)][(2m+3)-(3m-4)]$ استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

$= (2m+3+ 3m -4)(2m+3 -3m +4)$ رفع الاقواس

$= (5m-1)(-m+7)$ بسط المقدار

iii) $(3w+5)^2 - (w+4)^2$

$= [(3w+5)+(w+4)][(3w+5)-(w+4)]$ استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

$= (3w+5+w+4)(3w+5-w-4)$ رفع الاقواس

$= (4w+9)(2w+1)$ بسط المقدار

تَأكَّدْ من فهمِكَ

حَلِّلْ المقدار باستعمال العامل المشترك الاكبر:

الأسئلة (1-6) مشابه للمثال (2)

1. $12x+9$
2. $36y-18$
3. $15m+21$
4. $28z^2 -7z +7$
5. $16n^2m +12m- 4$
6. $\sqrt{3}\,h^2- 3h$

حَلِّلْ المقدار باستعمال الفرق بين مربعين:

الأسئلة (7-14) مشابه للمثال (3)

7. $h^2- 16$
8. $4y^2- 9$
9. $169x^2 -11$
10. $81a^2- b^2$
11. $49 -y^2$
12. $25h^2- 9k^2$
13. $36 - 25r^2$
14. $14z^2 -2$

حَلِّلْ المقدار باستعمال الفرق بين مقدارين مربعين:

الأسئلة (15-18) مشابهة للمثال (4)

15. $(3m+1)^2 - (n+6)^2$
16. $(2x+y)^2 - (4x+3y)^2$
17. $(x-2)^2 - (x+5)^2$
18. $(3-z)^2 - (6-z)^2$

تدربْ وحلّ التمرينات

حَلِّلْ المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر ومن ثم تحقق من صِحةِ الحل:

19. $2x^5 -6x^2+10x^3$
20. $-24y^6+8y^5-4y^4$
21. $21z^3w^3-14z^2w^2+7zw$
22. $64h^2k^2-16hk$
23. $15m^4n^4+6mn^3+3m^2n^2$
24. $r^5v^5+r^4v^4+r^2v^2$
25. $72x^3+18x^2+9$
26. $36m^2n^2 +4mn+8$
27. $25x^2-15x -5$

حَلِّلْ المقدار باستعمال الفرق بين مربعين:

28. $4x^2-16$
29. $81-25n^2$
30. $121z^2-144w^2$
31. $36h^4- 4$
32. $169a^2-3$
33. $49r^2v^2-7$
34. $625b^2-2$
35. k^2-5
36. t^2-1

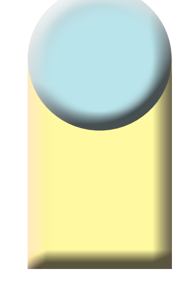
حَلِّلْ المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر ومن ثم الفرق بين المربعين

37. $5y^2 -20$
38. $12x^2 -27$
39. $81z^2v^2 -18$
40. $100 -20r^2v^2$
41. $14w^2- 2$
42. $18k^2 -32$
43. $15m^2- 75n^2$
44. $30h-3hk^2$

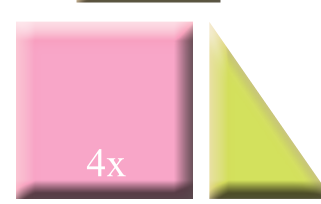
حَلِّلْ المقدار باستعمال الفرق بين مقدارين مربعين

45. $(3x+5)^2-(x+4)^2$
46. $(5y-3)^2-(32-y)^2$
47. $(z+3)^2-(z-5)^2$
48. $(4m+n)^2-(5m+2n)^2$
49. $(6z+1)^2-(w+5)^2$
50. $(x-\sqrt{5}\,)^2-(x+\sqrt{5}\,)^2$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



51 اذا كانت المساحةُ الكليةُ للشكل المجاور تعطى بالقانون $x= r^2+ \frac{1}{8}\Pi r^2$
حَللِّ المقدار x باستعمال العامل المشترك الأكبر وجدْ قيمة x عندما r=4.



52 إذا كان لدينا مربعٌ طولُ ضلعهِ 4x ومثلث قائم الزاوية طول الضلعين القائمين x+4 ، 4x جد مساحة المربع والمثلث معاً ثم حَللِّ المقدار.



53 علبة على شكل اسطوانة المساحة الكلية لها $2r^2\Pi + 2\Pi h$ بَسّط المقدارَ باستعمال العامل المشترك الاكبر ثم جد المساحة عندما h=7, r=3.

فكِّر

54 **تحدٍّ:** اذا كان المقدار $y = 5x^3- 15x^2 + 6$, $z = 5x^4- 10x^3 -6$ جد ناتج جمع المقدارين ثم حَللِّ الناتج باستعمال العامل المشترك الاكبر و هل يمكن تحليل كل من مقدار z , y.

55 مربعٌ طول ضلعه y cm ومستطيلٌ يزيدُ طوله 3 cm على طولِ ضلعِ المربعِ وينقصُ عرضهُ 3 cm عن طول ضلع المربع ما مساحةُ المستطيل؟ و هل المساحة تمثل الفرق بين مربعين؟

56 **أين الخطأ:** حَللِّ حسام وقاسم المقدار $36m^4 -100n^2$ باستعمال الفرق بين مربعين وكتب الناتج كما يأتي:

حلّ حسام	حلّ قاسم
$36m^4-100n^2$	$36m^4-100n^2$
$(6m^2-10n)(6m^2-10n)$	$(6m^2+10n)(6m^2-10n)$

بين ايهما كتب الناتج صحيح.

أُكتب

طريقتين مختلفتين لتحليل المقدار الجبريِّ الاتي:

$(4x^2 - 4y^2)$

الدرسُ]3-6[

خطةُ حلّ المسألةِ (الخطوات الاربع)

Problem Solving Plan (The Four Steps)

فكرةُ الدرسِ

- حل مسألة باستعمال (الخطوات الاربع).



تَعَلَّمْ

اشترتُ هبة قطعةً من القماش مستطيلة الشكل لعمل ثوب لها فاذا كان طول قطعة القماش هو $(x+180)$ سنتمتراً وعرضُ القطعةِ هو $(\frac{1}{2}x+25)$ سنتمتر جدْ مساحة قطعةِ القماشِ.

افهم

ما المعطياتُ في المسألة: قطعة قماش مستطيلة الشكل ابعادها $(x+180)$ ، $(\frac{1}{2}x+25)$ سنتمتر.

ما المطلوبُ في المسألة : ايجاد مساحة قطعة القماش.

خطط

كيف تحلّ المسألةَ؟ أفضلُ طريقةٍ لايجاد الناتج هو استعمال الخطوات الاربع.

حلّ

مساحة قطعة القماش المستطيلة = الطول × العرض

$$A=(x+180)\times(\frac{1}{2}x+25)$$

$$=\frac{1}{2}x^2+25x+90x+4500$$ استعمال خاصية التوزيع

$$=\frac{1}{2}x^2+115x+4500$$

لذا مساحة المستطيل $=\frac{1}{2}x^2+115x+4500$

تحقق

استعمال الطريقة العمودية للتحقق من صِحةِ الحل:

$$\begin{array}{r} x+180 \\ \times\ \frac{1}{2}x+25 \\ \hline \frac{1}{2}x^2+90x \\ 25x+4500 \\ \hline \end{array}$$

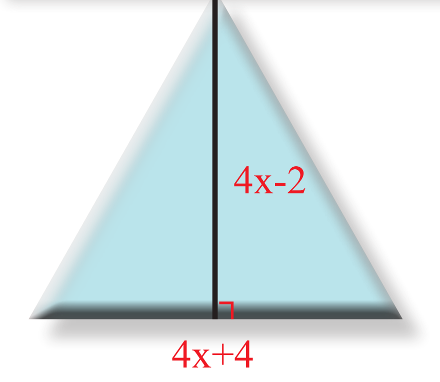
$$\frac{1}{2}x^2+90x+25x+4500=\frac{1}{2}x^2+115x+4500$$ لذا الحلُّ صحيحٌ

Problems مسـائل

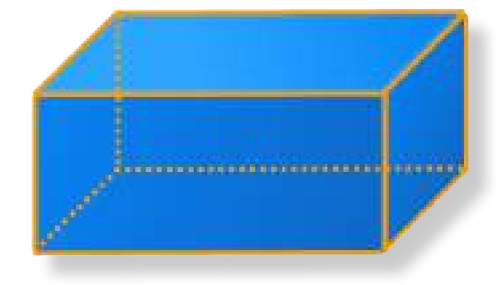
استعمل استراتيجيةَ الخطواتِ الاربع لحلّ المسائل الآتية:



1 **حديقةٌ:** حديقة مستطيلة الشكل طولها 10m وعرضها 8m محاطة بممر عرضه x . ما المساحة الكلية للحديقة والممر؟



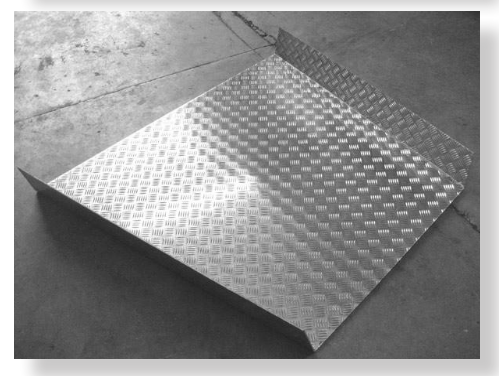
2 **هندسةٌ:** طول قاعدةِ مثلثٍ (4x+4) وارتفاعه (4x-2) ما مساحة المثلث بالامتار(استعمل الطريقة العمودية والافقيه).



3 **هندسةٌ:** متوازي المستطيلات طولهُ x وعرضهُ (2x+3) وارتفاعه (3x-2). ما حجم متوازي المستطيلات؟



4 **حديقةٌ:** لدى احمد حديقة كل من طولها وعرضها x متر ويريد زيادة 4 متر الى الطول، 5 متر الى العرض. ما مساحةُ الحديقة الجديدة؟



5 **علبةٌ:** لــدى علي قطعةٌ مقوى طولهُــا 50 سنتمتراً وعرضــــها 15 سنتمتراً استعمل هذه القطعة لصنع علبةٍ وقام بقصِ مربعٍ طول ضلعه y سنتمترعند كل زاويه ما مساحة قاعدةِ العلبةِ؟

مراجعة الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Dividing an Algebraic Expression	قسمةُ مقدار جبريٍّ	Algebraic term	حدٌّ جبريٌّ
Greatest common factor(GCF)	العامل المشترك الا كبر (ع . م . أ)	Algebraic Expression	مقدار جبريٌّ
Difference of two squares	الفرقُ بين مربعين	Multiplying an Algebraic Expression	ضرب مقدارين جبريّن
Difference of two Expression squares	الفرقُ بين مقدارين مربعين	Dividing an Algebraic Expression	قسمةُ حدين جبريّن
Factoring	تحليلُ	Three Algebraic terms	ثلاث حدود جبريّة
Factoring Expression	تحليلُ المقادير	Dividing an Algebraic term	قسمة حدٍّ جبريٍّ

الدرسُ [1-3] جمعُ المقاديرِ الجبريّةِ وطرحها

مثال1: أجمعِ المقاديرَ الجبريّة:

i) $(22x-7)+(14x-4)=22x+14x-7-4$

$=22x+14x-4-7$ اجمع الحدود المتشابهة

$=36x-11$

ii) $(5n^2-6xn+3)+(10n^2-9xn-5)$

$=5n^2-6xn+3+10n^2-9xn-5$

$=5n^2+10n^2-6xn-9nx+3-5$

$=15n^2-15nx-2$

مثال2: أطرحِ المقاديرَ الجبريّة:

i) $(4x-6)-(3x-7)=4x-6-3x-7$

$=4x-3x-6-7=x-13$ اطرح

ii) $(2x^2-5x+8)-(x^2+3x+3)$

$=2x^2-5x+8-x^2+3x+3$ اطرح

$=2x^2-x^2-5x+3x+8+3=x^2-2x+11$

تدريب1: أجمعِ المقاديرَ الجبريّة:

i) $(8y^2-4y-4)+(5y^2-8y+3)$

....

....

ii) $(5x^3-1)+(-4x^3+8)$

....

....

تدريب2: أطرحِ المقاديرَ الجبريّة:

i) $(3mn-8)-(m^2-2mn+8)$

....

....

ii) $(2n^3+8n-4)-(-4n^3+9n+5)$

....

....

الدرسُ [2-3] ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدار جبريٍّ

مثال1: جدْ ناتجَ الضربِ في كلٍّ مما يأتي:

i) $(-25r^3v^2)(4r^{-2}v) = (-100r^{-5}v^3)$

ii) $(\frac{16}{3}x^5y^2)(\frac{9}{32}xy)$

$= (\frac{16}{3} \times \frac{9}{32})x^6y^3 = \frac{3}{2}x^6y^3$

مثال2: جدْ ناتجَ الضربِ:

$-4xy(\frac{1}{12}x^2y + \frac{1}{32}xz + 3)$

$=(-4xy)\times(\frac{1}{12}x^2y)+(-4xy)\times(\frac{1}{32}xz)$

$+(-4xy)\times 3$

$= \frac{-1}{3}x^3y^2 - \frac{1}{8}x^2yz - 12xy$

تدريب1: جدْ ناتجَ الضربِ في كلٍّ مما يأتي:

i) $(\sqrt[3]{8}\ h^2k^2)(\sqrt[3]{27}\ h^{-4}k^{-3})$

....

ii) $(\frac{1}{4}m^{-4}n^{-5})(24m^2n^2)$

....

تدريب 2: جدْ ناتجَ الضربِ في كلٍّ مما يأتي:

i) $10mn(3+m^2n^2+mn)$

....

ii) $\sqrt{5}(5z^2w^2+\sqrt{5}zw+2)$

....

الدرسُ [3-3] ضربُ المقاديرِ الجبريّةِ

مثال1: جدْ ناتجَ الضربِ:

$(\sqrt{5}h+2r)(\sqrt{5}h-r) =$

$(\sqrt{5}\times\sqrt{5}h^2 - \sqrt{5}hr + 2\times\sqrt{5}rh - 2r^2)$

$= 5h^2 - \sqrt{5}hr + 2\sqrt{5}rh - 2r^2$

$= 5h^2 + \sqrt{5}hr - 2r^2$

مثال2: جدْ ناتجَ الضربِ:

$(9m^2+2m-3)(4m^2-7m)$

$= 4m^2(9m^2+2m-3) - 7m(9m^2+2m-3)$

$= 36m^4+8m^3-12m^2-63m^3-14m^2+21m$

$= 36m^4-55m^3-26m^2+21m$

تدريب1: جدْ ناتجَ الضربِ:

$(2zw+1)(3zw+4)$

....

....

تدريب2: جدْ ناتجَ الضربِ :

$(hk-10)(hk-2)$

....

....

الدرس [3-4] قسمةُ مقدار جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

مثال 1: جدْ ناتجَ القسمةِ في كلِّ مما يأتي:

i) $\frac{63x^2y^2}{9xy} = 7xy$

ii) $\frac{\frac{1}{4}g^3h^4}{\frac{1}{36}gh} = \frac{1}{4} \times \frac{36}{1} \frac{g^3h^4}{gh} = 9g^2h^3$

مثال 2: جدْ ناتجَ القسمةِ:

$$\frac{25r^{-6}v^{-5} - 125r^4v^3 + 50rv}{5rv}$$

$$= \frac{25r^{-6}v^{-5}}{5rv} - \frac{125r^4v^3}{5rv} + \frac{50rv}{5rv}$$

$$= 5r^{-7}v^{-6} - 25r^3v^2 + 10$$

تدريب 1: جدْ ناتجَ القسمةِ في كلِّ مما يأتي:

i) $\frac{30\ x^3y^2}{-3x^{-3}y^{-2}} =$ ....

....

ii) $\frac{\sqrt{49}\ zw}{7z^2w^2} =$ ....

تدريب 2: جدْ ناتجَ القسمةِ:

$$\frac{100h^7k^6 + 10h^5k^4 + 20}{10hk}$$

....

....

الدرس [3-5] تحليلُ المقاديرِ الجبريّةِ

مثال 1: حَلِّلِ المقدار باستعمالِ العاملِ المشتركِ:

$$\frac{4}{27}m^4n^2 - \frac{2}{45}m^2n^2 + \frac{5}{18}mn$$

العامل المشترك الاكبر هو $\frac{1}{9}mn$

$$= \frac{1}{9}mn\left(\frac{\frac{4}{27}m^4n^2}{\frac{1}{9}mn} - \frac{\frac{2}{45}m^2n^2}{\frac{1}{9}mn} + \frac{\frac{5}{18}mn}{\frac{1}{9}mn}\right)$$

تستعمل قانون قسمة الكسور

$$= \frac{1}{9}mn\left(\frac{4}{27}m^4n^2 \times \frac{9}{mn} + \frac{2}{45}m^2n^2 \times \frac{9}{mn} + \frac{5}{18}mn \times \frac{9}{mn}\right)$$

$$= \frac{1}{9}mn\left(\frac{4}{3}m^3n - \frac{2}{5}mn + \frac{5}{2}\right)$$

مثال 2: حَلِّلِ المقدار باستعمالِ الفرقِ بين مربعين:

i) $(49x^2y^2-16) = (7xy-4)(7xy+4)$

ii) $(z^2-3) = (z-\sqrt{3})(z+\sqrt{3})$

تدريب 1: حَلِّلِ المقدار باستعمالِ العاملِ المشتركِ:

i) $28r^2v^2 + 7rv + 49$

....

ii) $\sqrt{121}\ g^3h^4 + 11g^2h^2 + 44gh$

....

تدريب 2: حَلِّلِ المقدار باستعمالِ الفرقِ بين مربعين:

i) $(r^2v^2-4m^2)$

....

....

ii) $(64a^4-7)$

....

....

اختبار الفصل Chapter Test

جِدْ ناتجَ جمعِ او طرحِ المقاديرِ الجبريّةِ الاتية :

1. $(\sqrt[3]{8}\,x^2y^2+4xy-2)+(\sqrt[3]{27}\,x^2y^2-6xy+3)$
2. $(\sqrt{9}\,r^3v^2+12gh-6)+(\sqrt{100}\,r^3v^2-2gh+1)$
3. $(\frac{1}{4}m^4n^4+7hk+8)+(\frac{1}{16}m^4n^4+9hk-12)$
4. $(\sqrt{5}\,h^2k^3-20x+2)+(5\sqrt{5}\,h^2k^3+5x-3)$
5. $(\sqrt[3]{125}\,a^2b^2+4b+3)-(15a^2b^2+3b-6)$
6. $(\frac{3}{12}r^6v^3-24h-6)-(\frac{3}{12}r^6v^3-8h+1)$

جِدْ ناتجَ الضربِ للحدود الجبريّةِ الاتية :

7. $(6x^2y)(12xy)$
8. $(\frac{1}{4}gh)(32gh)$
9. $(\sqrt{25}\,a^4b^2)(5a^2b^2)$
10. $(\sqrt[3]{1000})h^4k^3(10)hk$
11. $\sqrt{7}\,rv(\sqrt{7}\,r^2v^2+rv+2)$
12. $\frac{1}{9}wz(81w^{-3}z^{-3}+zw+3)$
13. $-10z^2w^2(\sqrt{100}\,zw+10)$

جِدْ ناتجَ ضربِ المقدارين الجبريّين لكل مما يأتي :

14. $(2x+y)(x+y)$
15. $(zw+4)(zw+5)$
16. $(\frac{3}{5}gh-3)(\frac{1}{5}gh-5)$
17. $(3x+4)(x^2+3x+1)$
18. $(9r-1)(2r^4-3r+1)$
19. $(4m^2n^2-n)(4m^{-2}n^{-2}-n+2)$

جِدْ ناتجَ ضربِ المقدارين الجبريّين باستعمال الطريقة العمودية لكل مما يأتي:

20. $(\frac{4}{16}a^2b^2+\frac{25}{5})(a^2b^2-\frac{1}{2})$
21. $(5y^2-y)(-3y^2+y+2)$
22. $(8z^{-2}w^{-2}+4)(2zw+2)$

جِدْ ناتجَ القسمةِ للمقادير الجبريّةِ الآتية:

23. $\frac{-35x^4}{5x^{-2}}$
24. $\frac{12y^3}{36y^2}$
25. $\frac{\sqrt{100}\,r^6}{\sqrt{25}\,r^{-8}}$
26. $\frac{30v^4}{6v^{-8}}$
27. $\frac{-35h^2}{5h^{-7}}$
28. $\frac{56m^2n^4-7m^2n^2+42}{7mn}$
29. $\frac{-25zw^2+10zw-5}{5zw}$
30. $\frac{81-27ab-3a}{9b}$

حَلِّلْ المقادير الجبريّة باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبر :

31. $14y^2+2y-24$
32. $4z^4w^2-16z^2w^2+48zw$
33. $100c^3d^3+50c^2d^2+25cd$

حَلِّلْ المقادير الجبريّة باستعمالِ الفرقِ بين مربعين :

34. $4z^2-16$
35. $144x^4-64$
36. $25r^2-3$
37. $81g^2h^2-36$

حَلِّلْ المقادير باستعمالِ العاملِ المشتركِ الأكبر ثم الفرق بين مربعين:

38. $18v^2-32$
39. $50z^2-2$
40. $400x-4xy^2$
41. $81w-169w^3$



المعادلاتُ والمتبايناتُ Inequalities and Equations

الدرس [4-1] حَلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R .

الدرس [4-2] حَلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحد بخطوات متعددة في R .

الدرس [4-3] حَلُّ معادلاتٍ من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ في R .

الدرس [4-4] حَلُّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات خطوتين في R .

الدرس [4-5] حَلُّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R .

الدرس [4-6] خطةُ حلّ المسألةِ (التخمين والتحقق) .

في حديقةِ الحيوانِ بحيرتين لتربية التماسيح، عددُ التماسيح في البحيرةِ الأولى ضعفُ عددِ التماسيح في البحيرة الثانية ومجموعُ التماسيح في البحيرتين 60 تمساحاً، باستعمالِ المعادلة $2x + x = 60$ يمكن حساب عددِ التماسيح في كل بحيرة، إذ يمثل المتغير x عدد التماسيح في البحيرةِ الثانية.

الاختبار القبلي Pretest

جدْ قيمةَ العبارةِ الجبريةِ في كل مّما يأتي باستعمال قيمةِ المتغيرِ المعطاة :

1. $7x - 3^2 + 7\ ,\ x = 4$
2. $3(y - 2) - 10,\ y = -5$
3. $2^3(n - 6) - 15,\ n = -16$
4. $(36 \div d) - 4^2(1 - d),\ d = 6$
5. $|-8| + y^3 - 24\ ,\ y = 3$
6. $3v \div 5 - |-12| \div 2,\ v = -5$

حلّ معادلاتِ الجمعِ و الطرحِ باستعمال الحسابِ الذهني :

7. $x + 21 = 21$
8. $y - 9 = 11$
9. $80 - z = 20$
10. $|-10| + x = 33$
11. $m - \sqrt{16} = 0$
12. $\sqrt{49} - n = 0$

حلّ معادلاتِ الجمعِ و الطرحِ باستعمال العلاقة بين الجمعِ والطرحِ :

13. $w + 132 = 61$
14. $m - 22 = -32$
15. $y + 14 = |-10|$
16. $63 - x = |-43|$
17. $\sqrt{64} - h = 8$
18. $d + \sqrt[3]{27} = 8$

حلّ معادلاتِ الضرب والقسمة باستعمال العلاقة بين الضربِ والقسمةِ :

19. $3k = 15$
20. $S \div 8 = -9$
21. $\sqrt{4}\,n = -24$
22. $|-7|\ m = 63$
23. $-88 \div y = |-11|$
24. $x \div \sqrt[3]{8} = 20$

حلّ المعادلات التالية في Q:

25. $7y - 4 = 51$
26. $\sqrt{16} - 2x = 21$
27. $3x \div 9 = 5 + \frac{1}{2}$
28. $\sqrt[3]{27} \div m = 5^2 - 1$
29. $|-18|\ h = 72 \div (-9)$
30. $z \div |-11| = 3^3 \div 22$

أكتب مثالاً واحداً لكلّ خاصية من الخواصِّ الآتية :

31. لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \le b$ فإن $a + c \le b + c$
32. لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a > b$ وأن $c < 0$ فإن $ac < bc$
33. لكل $a, b, c \in Q$ إذا كان $a \ge b$ وأن $c > 0$ فإن $\frac{a}{c} \ge \frac{b}{c}$

استعملْ خصائصَ المتباينات لحلّ كلّ متباينةٍ من المتباينات الآتية :

34. $y - 10 < 12$
35. $x + 5^2 \ge 18$
36. $-9 + m \le 0$
37. $\sqrt[3]{8} + h \le 26$
38. $\frac{x}{11} > \frac{1}{3}$
39. $-7y \le 19$
40. $\frac{y}{7} < -10$
41. $4x + 10 < -48$
42. $-3(n - 7) \ge 21$

الدرس [4-1]

حلُ معادلاتٍ من الدرجة الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R

Solving Two-Steps First Degree Equations with One Variable in R

فكرةُ الدرسِ

- حلُّ معادلةٍ من الدرجة الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين .

المفردات

- معادلةٌ بمتغيرٍ واحدٍ .
- معادلةٌ من الدرجة الاولى .
- حلُّ المعادلةِ .
- التحققِ .

تَعَلَّمْ

لدى أحمد 5 أقفاصٍ من طيور الكناري ولدى فراس 4 أقفاصٍ من الطيور. اخرج أحمد 8 طيور من آقفاصه واضافها الى طيور فراس ليصبح لدى كلٍّ منهما عدد الطيور نفسه، إذا وزعت الطيورِ بشكلٍ متساوٍ على الأقفاصِ، فجدْ عدد الطيور في كلِّ قفصٍ.



[4-1-1] حلّ المعادلاتِ باستعمال الجمعِ والطرحِ

Solving the Equations by using Addition and Subtraction

المعادلةُ من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ هي المعادلةُ التي فيها متغيرٌ واحدٌ ومن القوة واحدٌ .
حلُّ المعادلةِ يعني إيجاد قيمة المتغيرفيها، ولحلّ المعادلةِ ضع المتغير في طرفٍ والأعداد في الطرفِ الآخر.

مثال (1)

جدْ عددَ الطيورِ في كلِّ قفص .
افرض عدد الطيور في كل قفص هو x
لذا المعادلة التي تمثل المسألة هي $5x - 8 = 4x + 8$

الطريقةُ الأولى: الطريقةُ الرأسيةُ

أكتب المعادلة $5x - 8 = 4x + 8$

اضف الى كل طرفٍ $-4x$

$$\begin{array}{rcl} 5x - 8 &=& 4x + 8 \\ -4x & & -4x \\ \hline x - 8 &=& +8 \\ +8 & & +8 \\ \hline x &=& 16 \end{array}$$

اضف 8 + الى كل طرفٍ

لذا عدد الطيور في كل قفص هو 16 طيراً

الطريقةُ الثانيةُ: الطريقةُ الافقيةُ

أكتب المعادلة $5x - 8 = 4x + 8$

اضف الى كل طرفٍ $-4x$: $5x - 8 - 4x = 4x - 4x + 8$

$x - 8 = 8$

اضف 8 + الى كل طرفٍ: $x - 8 + 8 = 8 + 8$

$x = 16$

لذا عددُ الطيورِ في كل قفصٍ هو 16 طيراً

التحققُ: عوض عن قيمة المتغير (x=16) التي حصلتَ عليها من الحل بالمعادلةِ :

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$5(16) - 8 \overset{?}{=} 4(16) + 8$$

$$72 = 72 \checkmark$$

مثال (2) **حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ :**

i) $3y - 12 = 2y - |-30| \Rightarrow 3y - 2y - 12 = 2y - 2y - |-30|$

$\Rightarrow y - 12 + 12 = -30 + 12 \Rightarrow y = -18$

ii) $20 + 2h = 3h - 3^2 \Rightarrow 20 + 2h - 2h = 3h - 9 - 2h$

$\Rightarrow 20 + 9 = h - 9 + 9 \Rightarrow h = 29$

iii) $2x + 2\sqrt{3} = x - 3\sqrt{3} \Rightarrow 2x + 2\sqrt{3} - x = x - 3\sqrt{3} - x \Rightarrow x + 2\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$

$\Rightarrow x + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} \Rightarrow x = -5\sqrt{3}$

iv) $|-3|m = 10 - \sqrt[3]{-8}\, m \Rightarrow 3m = 10 + 2m \Rightarrow 3m - 2m = 10 + 2m - 2m \Rightarrow m = 10$

[4-1-2] حلُّ المعادلاتِ باستعمالِ الضربِ والقسمةِ
Solving the Equations by using Multiplication and Division

استعملِ العلاقةَ بين الضربِ والقسمةِ لإيجاد قيمة المتغير في معادلاتِ الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ

مثال (3) **اقلام تلوين:** اشترتْ سرى 5 علب اقلام تلوين، فاحتفظتْ لنفسها 3 اقلام من كلِّ علبة ووزعتِ الباقي على اخواتها الأربع بالتساوي فكان حصةُ كلِّ واحدةٍ من اخواتها 15 قلماً. ما عددُ الأقلامِ في كل علبةٍ ؟



افرض عدد الأقلام في كل علبة هو n
لذا المعادلة التي تمثل المسألة هي

$5(n - 3) \div 4 = 15$

$\frac{5(n-3)}{4} = 15$

أضرب كل طرف في 4

$\frac{5(n-3)}{4}(4) = 15\,(4)$

أضرب 5 في داخل القوس

$5(n - 3) = 60$

أضف 15 + الى كل طرف

$5n - 15 = 60$

$5n - 15 + 15 = 60 + 15$

أقسم كل طرف على 5

$5n = 75$

$n = 15$

لذا عددُ الأقلامِ في كلِّ علبة هو 15 قلماً

التحقّقُ : عوض عن قيمةِ المتغيرِ (n=15) التي حصلت عليها من الحلِّ بالمعادلة :

$5(n - 3) \div 4 \overset{?}{=} 15$

$5(15 - 3) \div 4 \quad 15$

$15 = 15$ ✓

مثال (4) **حلّ المعادلات التالية باستعمال الضربِ والقسمةِ :**

i) $x \div 12 = 4 \Rightarrow 4(12) = x \Rightarrow x = 4(12) \Rightarrow x = 48$

ii) $\sqrt{36}\, y \div 2 = |-5| \Rightarrow 6y \div 2 = 5 \Rightarrow 6y = 10 \Rightarrow \frac{6y}{6} = \frac{10}{6} \Rightarrow y = \frac{10}{6} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$

مثال (5) حلّ المعادلاتِ الآتية :

i) $5y + 7 = 3y - 2^3 \Rightarrow 5y - 3y = -8 - 7 \Rightarrow 2y = -15 \Rightarrow y = \frac{-15}{2}$

ii) $\sqrt{16}\,x - 3\sqrt{7} = \sqrt{9}\,x \Rightarrow 4x - 3\sqrt{7} = 3x \Rightarrow 4x - 3\sqrt{7} - 3x = 3x - 3x$

$\Rightarrow x - 3\sqrt{7} = 0 \Rightarrow x - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 0 + 3\sqrt{7} \Rightarrow x = 3\sqrt{7}$

iii) $3(6t + 5) = 3(3t + 12) \Rightarrow 18t + 15 = 9t + 36 \Rightarrow 18t - 9t = 36 - 15$

$\Rightarrow 9t = 21 \Rightarrow t = \frac{21}{9} \Rightarrow t = \frac{7}{3}$

iv) $\frac{2x}{5} = \frac{7}{20} \Rightarrow \frac{2x(5)}{5} = \frac{(5)7}{20} \Rightarrow 2x = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{7}{4\,(2)} \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

تأكَّدْ من فهمِكَ

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ وتحقّقْ من صحة الحلّ :

1) $4x - 10 = 3x + 20$

2) $25 + m = 2m - 16$

3) $2y + 2^4 = y - 3$

4) $\sqrt{49} - d = 21 - 2d$

5) $|-13|\,x = \sqrt[3]{-27} + 12x$

6) $7y - 6^2 = 6y - 36$

7) $3h + 4\sqrt{5} = 2h + 7\sqrt{5}$

8) $\sqrt{9}\;x = |-17| + 2x$

الأسئلة (1 -8) مشابهة للمثالين (1,2)

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الضربِ و القسمةِ وتحقّقْ من صحةِ الحلّ :

9) $2x \div 16 = \frac{1}{3}$

10) $\sqrt[3]{8}\;y \div |-6| = 3^2$

11) $3m - 9 = 5 - 2m$

12) $\sqrt{3}\,z \div 12 = \sqrt{3} \div 5$

13) $\frac{\sqrt{5}\,x}{2} = \frac{1}{3}$

14) $\frac{6y}{5\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{5}$

15) $2(h + 5) = \sqrt{64}$

16) $|-14|\,n = 63 \div (-9)$

الأسئلة (9-16) مشابهة للأمثلة (3,5)

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ وتحقّقْ من صحة الحلِّ :

17) $5y - 20 = 4y + 2$

18) $6x + 3^2 = 5x - 5$

19) $\sqrt{36} - h = 23 - 2h$

20) $f = \sqrt[3]{-64} + 2f$

21) $3z - 2\sqrt{3} = 2z + 7\sqrt{3}$

22) $\sqrt{16}x = |-19| + 3x$

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الضربِ و القسمةِ وتحقّقْ من صحةِ الحلِّ :

23) $4y \div 24 = \frac{1}{5}$

24) $\sqrt[3]{27}\;z \div |-7| = 3^3$

25) $v - 8 = 8 - 2v$

26) $\sqrt{2}\,x \div 9 = \sqrt{2} \div 5$

27) $\frac{\sqrt{3}\,y}{2} = \frac{1}{3}$

28) $\frac{8h}{7\sqrt[3]{64}} = \frac{16}{7}$

29) $5(k + 6) = \sqrt[3]{-125}$

30) $|-8|\,n = 72 \div (-12)$

31) $5x \div 13 = 6x \div 13$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



32 شراء: اشترى أنور سيارةً بقيمة 28 مليون دينار. دفع 6 ملايين دفعةً أولى، وقسّط الباقي على 11 شهراً. أكتبْ معادلة تمثل المسألة وحلّها لكي تجد قيمةَ القسطِ الشهري.



33 غوصٌ: نزلت غواصةُ ابحاثٍ من سطح البحر فقطعت $\frac{6}{10}$ من عمق البحر وتوقفتْ. على ايِّ عمق يقعُ قاعُ البحرِ إذا كانت الغواصة قد توقفت على عمق $180\ m$ من سطحِ البحرِ ؟



34 حديقةُ الحيوانِ: حلَّ المعادلةِ $3n + 15 = 2n + 32$ لايجادِ قيمة n التي تمثِّلُ عدد القرود في حديقة الحيوان .



35 حدائقُ: زُرِعَتْ منطقةٌ مستطيلة الشكلِ بالوردِ، طولها ثلاثةُ أمثال عرضِها. ما أبعادُ المنطقةِ المزروعة بالوردِ إذا كان محيطُها $52\ m$ ؟

فَكِّرْ

تحدٍّ: **حل المعادلات الآتية :**

36 $\sqrt{2}\ x - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2}\ x$

37 $|-11|\ f = \sqrt[3]{-64} + 12f$

38 أصحّح الخطأ : حلت ايمان المعادلة الآتية : $\frac{\sqrt{5}}{5^3} = \frac{v}{5^2}$ ، وكتبت $v = \frac{1}{5}$ حدد خطأ ايمان وصححه .

39 حسٌّ عدديٌّ : عمرُ سمير ضعفُ عمرُ سعد ، بعد مرور 6 سنوات يُصبح عمرُ سمير 22 سنة . ما عمرُ سعد قبل 6 سنوات ؟

أُكتبْ

مسألةً حياتية تمثلُ المعادلةَ التالية وجدْ حلَّها : $6n - 50 = 20$

الدرسُ [4-2]

حلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بعدةِ خطواتٍ في R

Solving Multi-Step First Degree Equations with One Variable in R

فكرةُ الدرسِ

- حلُّ معادلةٍ من الدرجة الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بعدةِ خطوات.

المفردات

- خاصيةُ التوزيعِ.
- خاصيةُ التجميعِ.

تَعَلَّمْ

على الساحلِ 600 فقمة، زادتْ $\frac{1}{6}$ عددها نتيجة الولادة، وبعد تعرضها الى هجوم من قبلِ الحيتان الزرق، قل عدّدها الى 550 فقمة. ماعددُ الفقماتِ المفقودةَ ؟



[4-2-1] حلُّ المعادلاتِ التي تتضمن متغيراً في أحد طرفيها أو كليهما

Solving the Equations Which has variable in one side or both sides

لحلِّ المعادلةِ التي تحتوي على متغيرٍ واحدٍ ، اعزل الحد الذي يحتوي على المتغير في أحد طرفيها ثم اجعل معامله واحداً باستعمال خواص الاعدادِ الحقيقيةِ (التوزيع، التجميع، ......) .

مثال (1) لإيجاد عدد الفقمات المفقودة ، افرضْ أنّ عددَ الفقمات المفقودة هو n

المعادلة التي تمثل المسألة هي

$$600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 550$$

جد ناتج $\frac{1}{6} \times 600$

$$600 + 100 - n = 550$$

$$700 - n = 550$$

اعزل حد المتغير في طرف

$$- n = 550 - 700$$

$$- n = -150$$

اضرب طرفي المعادلة في (-1)

$$n = 150$$

لذا عدد الفقمات المفقودة هو 150 فقمة .

التحقّق: عوّض عن قيمة المتغير(n=150) التي حصلت عليها من الحل بالطرف الأيسر(LS)من المعادلة :

$$600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 550$$

$$LS = 600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 600 + 100 - 150 = 550 = RS$$ (الطرف الأيمن)

مثال (2) حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال خواصّ الاعدادِ الحقيقيةِ :

i) $2(z - 8) + 16 = |-36| \Rightarrow 2z - 16 + 16 = 36 \Rightarrow 2z = 36 \Rightarrow z = 36 \div 2 \Rightarrow z = 18$

ii) $4(x - 5\sqrt{3}) = 3x - 2\sqrt{3} \Rightarrow 4x - 20\sqrt{3} = 3x - 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow 4x - 3x = 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 18\sqrt{3}$

iii) $\frac{1}{5}(3y + 10) - 7 = \frac{2}{5}(y - 15) \Rightarrow \frac{3}{5}y + 2 - 7 = \frac{2}{5}y - 6$

$\Rightarrow \frac{3}{5}y - \frac{2}{5}y = 5 - 6 \Rightarrow \frac{1}{5}y = -1 \Rightarrow y = -5$

[4-2-2] حلُّ المعادلاتِ التي تتضمّن القيمةِ المطلقةِ
Solving the Equations containing Absolute Value

إن حلَّ المعادلةِ التي تحتوي على القيمةِ المطلقةِ للمتغير مثل $|x| = 3$ يعني ايجاد المسافةِ بين x و العدد 0 على مستقيم الأعداد

3 وحدات   3 وحدات

4   -3   -2   -1   0   1   2   3   4

لذا فإن حل المعادلة $|x| = 3$ هو إما $x = 3$ أو $x = -3$ ومجموعة الحل هي $\{3, -3\}$

مثال (3) **حديقةُ الحيوانِ :** المعادلة $|x-27| = 2$ تمثلُ درجةَ حرارةِ المكان المخصص للأفاعي .
جدْ درجةَ الحرارةِ العظمى والصغرى لمكانِ الأفاعي في حديقة الحيوان .



الحالةُ الأولى :

$x - 27 = 2$

$x = 2 + 27 \Rightarrow x = 29$

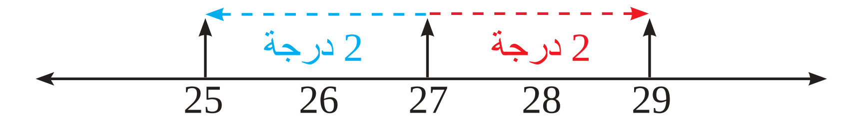
لذا درجة الحرارة العظمى هي 29 درجةً سليزية

الحالةُ الثانية :

$x - 27 = -2$

$x = 27 - 2 \Rightarrow x = 25$

لذا درجة الحرارة الصغرى هي 25 درجةً سليزية ويمكنُ تمثيلُ الحل بيانياً على مستقيم الأعداد :



مجموعةُ الحلِّ للمعادلةِ هي $\{29, 25\}$

مثال (4) **أكتبْ معادلةَ القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو :**

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

جدْ نقطة تبعد المسافة نفسها بين العدد 11 والعدد 3 ، وهذه النقطةُ هي منتصف المسافةِ بين العددين أي العدد 7

4 وحدات   4 وحدات

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12

لذا المعادلة المطلوبة هي $|x-7| = 4$

مثال (5) **حلّ المعادلاتِ الآتية :**

i) $|y + 9| = 5 \Rightarrow \begin{cases} y+9 = 5 \Rightarrow y = -4 \\ \text{أو} \\ y+9 = -5 \Rightarrow y = -14 \end{cases} \Rightarrow \{-4, -14\}$ مجموعة الحل للمعادلة

ii) $|2n - 7| = 6 \Rightarrow \begin{cases} 2n-7 = -6 \Rightarrow 2n=1 \Rightarrow n = \frac{1}{2} \\ \text{أو} \\ 2n-7 = 6 \Rightarrow 2n=13 \Rightarrow n = \frac{13}{2} \end{cases} \Rightarrow \left\{\frac{1}{2}, \frac{13}{2}\right\}$ مجموعة الحل

iii) $|x - 5| = -3$

يعني أنَّ المسافةَ بين x و 5 تساوي -3
وبما أنه لا يمكن ان تكون المسافةُ سالبةً ، لذا فإنَّ مجموعةَ الحلِّ لهذه المعادلةِ هي المجموعة الخالية $\varnothing$.

تأكّد من فهمِك

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال خواصِّ الأعدادِ الحقيقية :

(الأسئلة (1 - 6) مشابه للمثال (2))

1. $8y - 12 = 4y + 12$
2. $|-15| + z = 3z + 15$
3. $3(y + 5^2) = y + 70$
4. $3\sqrt{2} - x = x - 5\sqrt{2}$
5. $\sqrt{5}\,(n + 3) = 4\sqrt{5}$
6. $\sqrt{25}\,y = 3(y - 15) + 2$

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الخواصِّ وتحقّقْ من صحةِ الحلِّ :

(الأسئلة (7 - 10) مشابه الى المثالين (1,2))

7. $2(x + 20) = 5(x - 10)$
8. $\sqrt[3]{64}\,y \div |-6| = 8\sqrt{2}$
9. $\frac{1}{5}(t - \sqrt{25}) + 3 = 2(4 - t)$
10. $\frac{2v}{1 + \sqrt[3]{27}} = \frac{3v}{8}$

حلّ المعادلاتِ الآتية:

(الأسئلة (11 - 14) مشابه الى المثالين (3,5))

11. $|x - 22| = 8$
12. $|4y + 30| = \sqrt{49}$
13. $|\frac{1}{5}m + 9| = \sqrt[3]{-27}$
14. $|3z - 9| = 2^3$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال خواصِّ الأعدادِ الحقيقيةِ :

15. $4x + 8 = 12 - 2x$
16. $|-11| - n = 31 + 3n$
17. $7(t + 1^2) = \frac{1}{2}t - 2$
18. $2\sqrt{3} - y = y - 6\sqrt{3}$
19. $\sqrt{7}\,(v + 8) = 2\sqrt{7}$
20. $\sqrt{49}\,z = 5(z - 10) + 3$

حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الخواصِّ وتحقّقْ من صحةِ الحلِّ :

21. $4(y - 15) = 3(y + 15)$
22. $\sqrt[3]{27}\,z \div |-9| = 3\sqrt{3}$
23. $\frac{1}{2}(x - 5) + \frac{5}{2} = \frac{1}{4}(x - 4)$
24. $\frac{5m}{1 + \sqrt[3]{-8}} = \frac{2m}{2}$

حلّ المعادلاتِ الآتية:

25. $|y - 13| = 9$
26. $|4x - 10| = \sqrt{64}$
27. $|\frac{1}{2}m + 9| = \sqrt[3]{-125}$
28. $|6y - 12| = |-16|$

أكتبْ معادلةَ القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلُها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو:

29. (مستقيم الأعداد: 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27، مع نقطتين عند 19 و 25)

30. (مستقيم الأعداد: 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12، مع نقطتين عند 1 و 11)

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



31 **طقسٌ:** معدلُ درجةِ الحرارةِ في شمالِ العراقِ في شهر شباط 2 درجةٍ سلسيزيةٍ، تزيد أو تنقصُ بمقدار 3 درجةٍ سليزية. أكتبْ معادلة تمثلُ درجة الحراراةِ الصغرى والعظمى لشهرِ شباط.



32 **مترو الأنفاقِ:** معدلُ سرعة قطار مترو الآنفاق 60 km/h وتقل سرعتهُ عند المنعطفاتِ بمقدار km/h 20 وتزداد عندما يكونُ الطريقُ مستقيماً بمقدار km/h 20. أكتب معادلة لإيجاد أكبرسرعةٍ وأصغرسرعةٍ للقطارِ.



33 **شراءٌ:** يريدُ وليدُ شراءَ جهازِحاسوبِ بثمن 650000 دينار، لديه في الوقت الحاضر 200000 دينار ويوفرُ كل اسبوعٍ 50000 دينار. بعد كم أسبوع سيجمع وليد مبلغَ جهازِ الحاسوبِ؟

فَكِّر

تحدٍّ: حلِّ المعادلات الآتية:

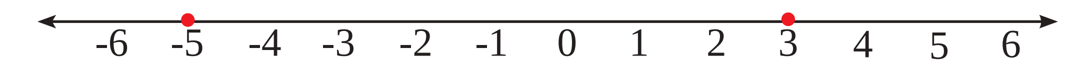
34 $$\frac{\sqrt{3}\,x}{4+\sqrt[3]{-27}} = \frac{2\sqrt{3}\,x}{5}$$

35 $$|4y - 9| = |26 - 5\sqrt{64}|$$

36 **أُصحّح الخطأ:** حلت هبة المعادلةِ الآتية: $\frac{1}{6}(z - 6) = \frac{1}{3}(z - 3)$

وكتبت $z = 6$. حدد خطأ هبة وصححه .

37 **حِسٌّ عدديٌّ:** أكتب معادلة القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو:



أُكتبْ

مسألةً حياتية تمثلُ معادلةَ القيمةِ المطلقةِ التي تمثيلها البياني هو :



الدرسُ]4-3[

حَلُّ معادلاتٍ من الدرجةِ الثانيةِ بمتغيرٍ واحدٍ في R

Solving Second Degree Equations with One Variable in R



فكرةُ الدرسِ

- حلّ معادلة من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ في R.

المفردات

- معادلةٌ من الدرجةِ الثانيةِ.
- خاصيةُ الضربِ الصفري.

تعلم

يقعُ برجُ بغدادَ في منطقة اليرموك غربَ بغدادَ وبُني سنة 1991 ويبلغ ارتفاعه 204m، ومساحةُ قاعدةِ البرجِ المربعة $36m^2$، جِدْ طولَ ضلعِ قاعدةِ البرجِ .

]4-3-1[حلّ المعادلاتِ باستعمال الجذرِ التربيعيِّ

Solving the Equations by Using Square Root

المعادلةُ من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ هي المعادلةُ التي فيها أكبر قوةٍ للمتغيرِ هي القوة الثانية ، مثلاً $x^2 = 25$ ، $14x^2 - 2x = 0$، وحلها يعني ايجاد قيمتين للمتغير x .

مثال (1) مساحةُ قاعدةِ البرجِ هو $36m^2$، جِدْ طولَ ضلعِ القاعدةِ.

المعادلة التي تمثل مساحة القاعدة هي $x^2 = 36$

يوجد جذران تربيعيان للعدد 36 : $x = \sqrt{36}$ أو $x = -\sqrt{36}$

6 و 6 - هما جذرا العدد 36 : $x = 6$ أو $x = -6$

لذا طول ضلع قاعدة البرج هو 6m ،

والقيمة $x = -6$ تُهملُ لانَّ طولَ القاعدةِ لايمكن ان يكون سالباً .

مثال (2) حلَّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال الجذرِ التربيعيِّ :

i) $y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32}$ أو $y = -\sqrt{32} \Rightarrow y = 4\sqrt{2}$ أو $y = -4\sqrt{2}$

ii) $16z^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{16}(16z^2) = \frac{1}{16} \times 4 \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4}$

$\Rightarrow z = \sqrt{\frac{1}{4}}$ أو $z = -\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$ أو $z = -\frac{1}{2}$

iii) $8x^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{8}(8x^2) = \frac{1}{8} \times 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{8}}$ أو $x = -\sqrt{\frac{1}{8}}$

$\Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{8}}$ أو $x = -\frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow x = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو $x = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$

iv) $t^2 - 1 = 11 \Rightarrow t^2 = 12 \Rightarrow t = \sqrt{12}$ أو $t = -\sqrt{12} \Rightarrow t = 2\sqrt{3}$ أو $t = -2\sqrt{3}$

[4-3-2] حلّ المعادلاتِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ
Solving the Equations by Using Zero Product Property

خاصيةُ الضربِ الصفريِّ: إذا كان نتيجةُ ضربِ عددين يساوي صفراً فإنه يجب أن يكون أحد العددين يساوي صفراً، مثلاً $5\times0=0$ ، $0\times8=0$ ، ولذا فإنه إذا كان $ab=0$ يؤدي الى $a=0$ أو $b=0$.

مثال (3) **رياضةٌ:** يمثلُ القانونُ $L=-5t^2+30t$ أرتفاع سهمٍ بالأمتار الذي أطلقه مختار في الهواء إذ تمثل t الزمن بالثواني. احسبِ الزمنَ اللازمِ لكي يعودُ السهمُ من الارتفاع الذي انطلقَ منه.



يكون السهم عند الارتفاع الذي انطلق منه، عندما يكون $L=0$

لذا $-5t^2+30t=0$

نحلل باستخراج العامل المشترك $5t(-t+6)=0$

خاصية الضرب الصفري $5t=0 \Rightarrow t=0$

أو $-t+6=0 \Rightarrow t=6$

$t=0$ هو زمنُ انطلاقِ السهمِ بالثواني.

$t=6$ هو الزمنُ الذي استغرقه السهم للعودةِ الى الارتفاعِ الذي انطلق منه بالثواني .

مثال (4) **حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ:**

i) $(x-3)(x+5)=0 \Rightarrow x-3=0$ أو $x+5=0 \Rightarrow x=3$ أو $x=-5$

ii) $(t+8)(t+8)=0 \Rightarrow t+8=0$ أو $t+8=0 \Rightarrow t=-8$ أو $t=-8 \Rightarrow t=-8$

iii) $(y-12)(y-9)=0 \Rightarrow y-12=0$ أو $y-9=0 \Rightarrow y=12$ أو $y=9$

iv) $(2z-7)(z+3)=0 \Rightarrow 2z-7=0$ أو $z+3=0 \Rightarrow z=\frac{7}{2}$ أو $z=-3$

v) $(n+\sqrt{3})(n-\sqrt{2})=0 \Rightarrow n+\sqrt{3}=0$ أو $n-\sqrt{2}=0 \Rightarrow n=-\sqrt{3}$ أو $n=\sqrt{2}$

vi) $x^2-x=0 \Rightarrow x(x-1)=0 \Rightarrow x=0$ أو $x-1=0 \Rightarrow x=0$ أو $x=1$

vii) $4y^2-16y=0 \Rightarrow 4y(y-4)=0 \Rightarrow 4y=0$ أو $y-4=0 \Rightarrow y=0$ أو $y=4$

viii) $5z-5z^2=0 \Rightarrow 5z(1-z)=0 \Rightarrow 5z=0$ أو $1-z=0 \Rightarrow z=0$ أو $z=1$

ix) $\sqrt{12}\,h^2+2h=0 \Rightarrow 2\sqrt{3}\,h^2+2h=0 \Rightarrow 2h(\sqrt{3}h+1)=0$

$\Rightarrow 2h=0$ أو $\sqrt{3}h+1=0 \Rightarrow h=0$ أو $h=-\frac{1}{\sqrt{3}}$

تأكَّد من فهمكَ

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ :

الأسئلة (1-6) مشابهة للمثال (2)

1. $x^2 = 25$
2. $4y^2 = 1$
3. $12z^2 = 4$
4. $n^2 - 3 = 13$
5. $7 + m^2 = 43$
6. $\frac{1}{2}x^2 = 9$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ :

الأسئلة (7-12) مشابهة للمثال (4)

7. $(y - 4)(y + 7) = 0$
8. $(x + 10)(x + 10) = 0$
9. $(13 - m)(6 - m) = 0$
10. $(h - 15)(h - 8) = 0$
11. $(3x - 11)(x + 9) = 0$
12. $(v + \sqrt{5})(v - \sqrt{7}) = 0$

الأسئلة (13 -16) مشابه للمثال (4)

13. $y^2 - y = 0$
14. $5z^2 + 25z = 0$
15. $3t - t^2 = 0$
16. $\sqrt{18}\, x^2 + 3x = 0$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ :

17. $y^2 = 36$
18. $7z^2 = 1$
19. $15x^2 = 3$
20. $t^2 - 4 = 12$
21. $7 + n^2 = 56$
22. $\frac{1}{3}x^2 = 12$
23. $z^2 = \frac{4}{9}$
24. $v^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
25. $m^2 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ خاصيةِ الضربِ الصفريِّ :

26. $(x - 5)(x + 6) = 0$
27. $(y - 12)(y - 12) = 0$
28. $(15 - n)(7 - n) = 0$
29. $(z + 9)(z + 6) = 0$
30. $(5t - 13)(t + 8) = 0$
31. $(x + \sqrt{11})(x - \sqrt{3}) = 0$
32. $(\sqrt{3} - v)(\sqrt{3} + v) = 0$
33. $(2y + 5)(3y - 7) = 0$
34. $z^2 - z = 0$
35. $7x^2 - 35x = 0$
36. $12n - 2n^2 = 0$
37. $\sqrt{12}\, y^2 - 2y = 0$
38. $2\sqrt{5}\, v^2 + 2\sqrt{5}\, v = 0$
39. $\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{6}x = 0$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



40 **سَجّادٌ:** غرفةٌ مربعة الشكل طولُ ضلعِها x متر، فُرشتْ في وسطِ ارضيتِها سجادة مربعة الشكلِ مساحتها $25m^2$، فكانَ مساحة المنطقةِ غيرِ المغطاةِ بالسجادة $24m^2$. ما طولُ ضلعِ الغرفةِ ؟



41 **كُرة الريشةِ:** ضربت دينا كرةَ الريشةِ بالمضربِ نحو الأعلى بسرعةِ 30 m/sec، إذا كان القانون $H = -5t^2 + 25t$ يعبر عن ارتفاعِ كرةِ الريشة في الهواء بالأمتارِ بدلالةِ الزمنِ بالثواني. احسبِ الزمنَ الذي استغرقته كُرةَ الريشة للعودة الى سطح الأرض .



42 **رمايةٌ:** يمثّلُ القانونُ $H= -5t^2 + 40t + 3$ أرتفاع السهم الذي اطلقه خالد في الهواء، إذ تمثل t الزمن بالثواني. جدْ ارتفاعَ السهمِ بعد 2 ثانية من اطلاقهِ، وما الزمن الازم لكي يعودُ السهم الى ارتفاع 3m؟

فَكِّر

تحدٍّ: حل المعادلات الآتية :

45 $(2z + 2\sqrt{5})(z - 2\sqrt{5})= 0$

44 $3y^2 - 48 = 0$

43 $x^2 - \frac{2}{3} = \left|-\frac{1}{2}\right|$

46 **أُصحّح الخطأ:** حلت جميلة المعادلة الآتية : $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0$ ، وكتبت $x= \frac{4}{3}$ أو $x= -\frac{4}{3}$. حدد خطأ جميلة وصححه.

47 **حِسٌ عدديٌّ:** أثبت أن $(y+ 5) (y - 3) = y^2 +2y -15$ ، ثم جد حل المعادلة : $y^2 +2y = 15$.

أكتب

مسألةً حياتيةً تمثلُ المعادلةَ الآتية : $x (x + 4) = 60$

الدرس [4-4]

حلّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات الخطوتين في R
Solving Two-steps Algebraic Inequalities in R

فكرةُ الدرسِ

- حَلّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات الخطوتين باستعمالِ العملياتِ الأربع وتمثيل الحلّ على مستقيم الأعداد.

المفردات

- المتباينةُ الجبريةُ.
- مجموعةُ الحلّ.

تَعَلَّمْ



ياسين عمره 14 سنة يتدربُ على كرةِ القدمِ، ويفكر في المشاركةِ في الفريقِ الوطنيِّ .
أكتبْ متباينةً وحلها لتحديدِ بعد كم سنةٍ يمكنه الأنضمامِ للفريق الوطنيِّ.

فريق الناشئين (العمر 21 - 16) ، الفريق الوطني (العمر 27 فما فوق)، فريق الشباب (العمر 26 - 22).

[4-4-1] حلّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات الخطوتين باستعمال الجمعِ والطرح
Solving Two-steps Algebraic Inequalities by Using addition and subtraction

تسمى المتباينةُ التي تحتوي على متغيرٍ أو أكثر متباينةً جبريةً، وكل عددٍ يجعل المتباينة صحيحةً هو حلٌّ للمتباينةِ ، وتسمى مجموعة الحلول للمتباينة بمجموعةِ الحلّ ، ويمكن تمثُيلها على مستقيمِ الأعدادِ الحقيقيةِ .

من خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

1) خاصيةُ الجمعِ : لكل $a, b ,c \in R$ ، إذا كان $a \geq b$ فإن $a + c \geq b + c$

2) خاصيةُ الطرحِ : لكل $a, b ,c \in R$ ، إذا كان $a \geq b$ فإن $a - c \geq b - c$

العلاقات 1) و2) تبقى صحيحةً في حالةِ استبدال $\geq$ بالعلاقات ($\leq$ ، $<$ ، $>$)

مثال (1) أكتبْ متباينةً تمثل المسألة وحلها لإيجادِ عددِ السنوات التي ينتظرها ياسين ليتمكن من الانظمام للفريق الوطني.

المتباينة التي تمثل المسألة هي $x + 14 \geq 27$

اضف 14- الى طرفي المتباينة $x + 14 - 14 \geq 27 - 14$

$x \geq 13$

يتمكنُ ياسين بعد 13 سنة في الأقل من الانظمام الى الفريقِ الوطنيّ.

مثال (2) حلّ المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمال خواصّ الجمعِ والطرحِ ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ :

i) $3x - 12 \leq 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x \leq 12 - 6 \Rightarrow x \leq 6$

.... 3 4 5 6 7 8

ii) $2z - \frac{5}{7} > z - \frac{12}{7} \Rightarrow 2z - z > \frac{5}{7} - \frac{12}{7} \Rightarrow z > -1$

-3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 ....

مثال (3) حلّ المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمال خواصّ الجمعِ والطرحِ :

i) $3(y - \sqrt{2}) < 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 3\sqrt{2} < 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 2y < \sqrt{2} + 3\sqrt{2} \Rightarrow y < 4\sqrt{2}$

ii) $5t + \sqrt[3]{-8} \geq 6t - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 5t - 2 \geq 6t - 3 \Rightarrow 3 - 2 \geq 6t - 5t \Rightarrow t \leq 1$

iii) $8(\frac{1}{8}h + \frac{3}{16}) < 0 \Rightarrow 8 \times \frac{1}{8}h + 8 \times \frac{3}{16} < 0 \Rightarrow h + \frac{3}{2} < 0 \Rightarrow h < -\frac{3}{2}$

iv) $11(m + 3) > 10(m - 2) \Rightarrow 11m + 33 > 10m - 20 \Rightarrow m > -53$

[4-4-2] حلّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات الخطوتين باستعمال الضربِ والقسمةِ :
Solving Two-steps Algebraic Inequalities by Using multiplication and division

يمكنُ حلّ المتبايناتِ الجبريةِ باستعمال خواص الضربِ والقسمةِ على الأعدادِ الحقيقيةِ :

3) خاصيةُ الضربِ: i) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $c > 0$ ، $a \geq b$ فإن $a\,c \geq b\,c$

ii) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $c < 0$ ، $a \geq b$ فإن $a\,c \leq b\,c$

4) خاصيةُ القسمةِ: i) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $a \geq b$ وأن $c < 0$ فإن $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

ii) لكل $a, b, c \in R$ ، إذا كان $a \geq b$ وأن $c > 0$ فإن $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

مثال (4) **طيورٌ:** لدى أنور 18 طائراً ولدى أثير 98 طائراً، يريد أنور أن يضاعفَ عددَ الطيور ليكونَ عددها أكثر من عددِ طيورِ اثير بمقدار 10 طيور في الأقل. كم مرة يجب ان يضاعفَ أنور عدد الطيور التي لديه ؟



اكتب المتباينة التي تمثل المسألة $18x - 10 \geq 98$

اضف 10 الى طرفي المتباينة $18x - 10 + 10 \geq 98 + 10$

اقسم طرفي المتباينة على 18 $18x \geq 108$

يجب أنْ يُضاعفَ انور عددَ طيوره 6 مرات في الأقل $x \geq 6$

مثال (5) **حلّ المتبايناتِ التالية فيR باستعمال خواصّ الضربِ والقسمةِ ومثلّه على مستقيمِ الأعدادِ:**

i) $\frac{6y}{-2} < 3 \Rightarrow \frac{6y}{-2} \times \frac{-2}{6} > 3 \times \frac{-2}{6} \Rightarrow y > -1$

-3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 ....

ii) $2x - 2 \leq \frac{-5}{2} \Rightarrow 2x \leq \frac{-5}{2} + 2 \Rightarrow 2x \leq \frac{-1}{2} \Rightarrow x \leq \frac{-1}{4}$

.... -3 -2 -1 $\frac{-1}{4}$ 0 1 2 3 4 5

مثال (6) **حلّ المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمال خواصّ الضربِ والقسمةِ :**

i) $\frac{9x}{4} < \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{9x}{4} \times \frac{1}{9} < \frac{3}{5} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{x}{4} \times 4 < \frac{3}{45} \times 4 \Rightarrow x < \frac{12}{45} \Rightarrow x < \frac{4}{15}$

ii) $\frac{-2t}{7} \geq \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{-2t}{7} \times \frac{7}{2} \geq \frac{5}{14} \times \frac{7}{2} \Rightarrow -t \geq \frac{5}{4} \Rightarrow -t\,(-1) \leq \frac{5}{4}\,(-1) \Rightarrow t \leq \frac{-5}{4}$

حلّ المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمال خواصّ المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

iii) $6z > 3(z - 6) \Rightarrow 6z > 3z - 18 \Rightarrow 6z - 3z > -18 \Rightarrow 3z > -18 \Rightarrow z > -6$

iv) $\frac{m}{8} < \frac{1}{3} - 2 \Rightarrow \frac{m}{8} < \frac{-5}{3} \Rightarrow \frac{m}{8} \times 8 < \frac{-5}{3} \times 8 \Rightarrow m < \frac{-40}{3}$

v) $\frac{5}{-9} \leq \frac{k}{3} \Rightarrow \frac{5}{-9} \times 9 \leq \frac{k}{3} \times 9 \Rightarrow -5 \leq 3k \Rightarrow 3k \geq -5 \Rightarrow k \geq \frac{-5}{3}$

تأكدَّ من فهمك

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ الخواصِّ ومثّله على مستقيمِ الأعدادِ :

الأسئلة (1 - 4) مشابهة الى الأمثلة (1،2)

1. $2y - 8 \leq 3y - 8$
2. $2x - 6 < x - \sqrt{16}$
3. $4t + \frac{2}{3} \geq 3t - \frac{5}{3}$
4. $\frac{3}{5} > z - \frac{9}{10}$

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ الجمعِ والطرحِ :

الأسئلة (5 - 8) مشابهة الى المثال (3)

5. $7(x - \sqrt{3}) < 6x + \sqrt{3}$
6. $2y + \sqrt[3]{-27} \geq 3y - \sqrt[3]{8}$
7. $5\left(\frac{1}{5}m + \frac{3}{10}\right) < 0$
8. $9(z - 4) > 10(z + 3)$

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ الضربِ والقسمةِ :

الأسئلة (9 - 11) مشابهة الى المثال (6)

9. $\frac{3t}{4} \geq \frac{5}{7}$
10. $\frac{-5x}{7} < \frac{7}{21}$
11. $\frac{y}{7} \leq \frac{5}{14}$

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

الأسئلة (12 - 17) مشابهة الى الأمثلة (6،3)

12. $5(v + \sqrt{7}) \geq 2v - \sqrt{7}$
13. $2z + \sqrt[3]{-125} < 6z - \sqrt[3]{27}$
14. $9\left(\frac{1}{3}x + \frac{7}{9}\right) > 0$
15. $\frac{5}{6}(t - 6) > 11(t + 2)$
16. $\frac{-h}{13} < \frac{1}{26} - 1$
17. $\frac{2x}{3} + 4 \leq \frac{8}{3} - 5$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ الجمعِ والطرحِ :

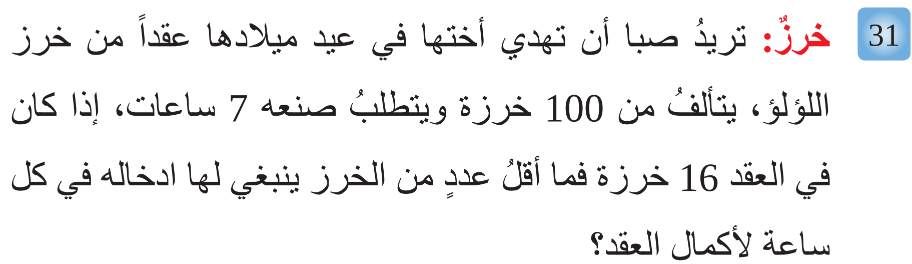
18. $9(z - \sqrt{5}) < 8z - \sqrt{5}$
19. $4v - \sqrt[3]{64} \geq 5v + \sqrt[3]{-8}$
20. $7\left(\frac{1}{7}m + \frac{5}{14}\right) < 0$
21. $12(x - 2) > 13(x - 1)$

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ الضربِ والقسمةِ :

22. $\frac{2p}{3} \geq \frac{-6}{21}$
23. $\frac{-4x}{9} < \frac{-8}{27}$
24. $\frac{2m}{5} \leq \frac{2}{15}$

حلّ المتباينات التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ :

25. $6(x - \sqrt{3}) \geq 4x - \sqrt{3}$
26. $8y + \sqrt[3]{-8} < 4y - \sqrt{121}$
27. $7\left(\frac{1}{4}x - \frac{3}{14}\right) \leq 0$
28. $\frac{1}{6}(12z + 18) > (z + 2)$
29. $\frac{n}{-14} - 3 > \frac{-1}{28}$
30. $\frac{2k}{2} - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} - 1$



تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



31 **خرزٌ:** تريدُ صبا أن تهدي أختها في عيد ميلادها عقداً من خرز اللؤلؤ، يتألفُ من 100 خرزة ويتطلبُ صنعه 7 ساعات، إذا كان في العقد 16 خرزة فما أقلُ عددٍ من الخرز ينبغي لها ادخاله في كل ساعة لأكمال العقد؟



32 **كُرة القدمِ:** في مباراة الدوري لأنديةِ الدرجةِ الأولى لكرةِ القدمِ، فاز فريقُ القوة الجوية في 7 مبارياتٍ وخسر في 3 مبارياتٍ وبقى أمامه 22 مباراة. ما أقلُ عددٍ من المباريات الباقية يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوزَ بأكثر من نصفِ العدد الكلي للمباريات ؟



33 **مدينةُ الألعابِ:** يحتاجُ شباكُ التذاكر في مدينة الألعاب الى 1400000 دينار لتغطيةِ نفقاتهِ التشغيليةِ يومياً. إذا باع بمبلغ 650000 دينار حتى الظهر بسعرِ التذكرة 750 ديناراً، فكم تذكرة عليه بيعها في الأقل لئلا يقع تحت العجزِ الماليّ؟

فَكِّر

تحدٍّ: حلّ المتبايناتِ الآتية :

34 $2y - \frac{3}{4} < | - \frac{3}{2} |$

35 $7(\frac{1}{5}z - 1) > 1$

36 $(\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2})(4 + \sqrt[3]{-8}) \geq 0$

37 **أُصحّح الخطأ:** حل عثمان المتباينة التالية: $\frac{v}{5} - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} - 1$

وكتب مجموعة الحل هي : $\{5,6,7, ...\}$ حدد خطأ عثمان وصححه .

38 **حِسٌّ عدديٌّ:** أثبت أن قيم h التي تجعل المتباينة التالية صحيحة وهي اعداداً سالبة فقط :

$$3h + \frac{1}{3} < |-\frac{1}{6}| - \frac{1}{3}$$

أُكتب

مسألةً حياتيةً تمثلُ المتباينةَ الآتيةَ :

$$500\,x + 600\,000 \leq 1\,600\,000$$

الدرسُ [4-5]

حلّ المتبايناتِ الجبريةِ متعددةِ الخطواتِ في R
Solving Multi-step Algebraic Inequalities in R

فكرةُ الدرسِ
- حـــلّ المتبايناتِ الجبرية متعددة الخطوات باستعمال الخواصّ وتمثيل الحـــلّ على مستقيمِ الأعدادِ .

المفردات
- المتباينةُ الجبريةُ.
- المتغيرُ.

تعلم

إذا أراد 8 جنود الصعود الى المروحية ويحملُ كلّ واحد منهم 20kg من معداته الشخصية .

أكتبْ متبايـنـةً وحلها لايجاد الوزن الأضافي المسموح به لكل جندي على أن لاتزيد حمولتُهم الكلية على 880kg.



[4-5-1] حلّ المتبايناتِ الجبريةِ متعددةِ الخطواتِ والتي تتضمنُ متغيراً في أحدِ طرفيها .
Solving Multi-steps Algebraic Inequalities Which has variable in one side

لحلّ متباينةٍ تحتوي على متغيرٍ في احد طرفيها، استعمل الخواص لعزل الحد الذي يحتوي على المتغيرِ في طرف المتباينةِ، ثم اجعل معامله واحداً باستعمال خاصيةِ الضربِ او القسمةِ وجدْ مجموعةَ الحلّ للمتباينةِ، ويمكن تمثل مجموعةِ الحلّ على مستقيمِ الأعدادِ الحقيقيةِ .

مثال (1) أكتبْ متباينةً تمثلُ المسألةَ وحلّها لايجاد عددِ الكيلوغرامات الاضافية المسموح بها الى لكلّ جندي .

نفرضُ أن المتغيرَ w يمثل الوزن الاضافي المسموح به لكلّ جندي $\quad 8(w+20) \leq 880$

اضف 160 - الى طرفي المتباينة $\quad 8w+160 \leq 880$

اقسم طرفي الميتباينة على 8 $\quad 8w \leq 720$

$w \leq 90$ يستطيعُ كلّ جنديَ أن يحمل 90kg من الوزن الأضافي الى المروحية

مثال (2) حلّ المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمال الخواصّ ومثلّه على مستقيمِ الأعدادِ :

i) $3(y-2) \leq 6-\sqrt[3]{27} \Rightarrow 3y-6 \leq 3 \Rightarrow 3y \leq 9 \Rightarrow y \leq 3$

.... 1 2 3 4 5

ii) $\frac{1}{2}(x-\frac{4}{3})+\frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}x+\frac{1}{2}x > -\frac{10}{6}+\frac{4}{6} \Rightarrow x > -1$

-3 -2 -1 0 1 2 ....

مثال (3) حلّ المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمال خواصّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ :

i) $5(z-\sqrt{3}) \geq 10(2-\sqrt{3}) \Rightarrow z-\sqrt{3} \geq 4-2\sqrt{3} \Rightarrow z \geq 4-2\sqrt{3}+\sqrt{3} \Rightarrow z \geq 4-\sqrt{3}$

ii) $\frac{1}{3}v+\sqrt[3]{-27}-\frac{4}{3}v < |-3| \Rightarrow \frac{1}{3}v-\frac{4}{3}v-3 < 3 \Rightarrow -v < 6 \Rightarrow v > -6$

iii) $9-\sqrt[3]{-8} > 5(x-1) \Rightarrow 9+2 > 5x-5 \Rightarrow 11 > 5x-5 \Rightarrow 16 > 5x \Rightarrow x < \frac{16}{5}$

iv) $\frac{-4}{7}(\frac{7}{2}h+\frac{14}{8}) < 0 \Rightarrow \frac{-4}{7} \times \frac{7}{2}h+\frac{-4}{7} \times \frac{14}{8} < 0 \Rightarrow -2h-1 < 0 \Rightarrow -2h < 1 \Rightarrow h > \frac{-1}{2}$

[4-5-2] حلّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات والتي تتضمن متغيراً في طرفيها :
Solving Multi-step Algebraic Inequalities Which has variable in both sides

لحلّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات والتي تتضمن متغيراً في طرفيها أتبع ما يأتي :
1- استعملْ خاصيةَ التوزيعِ للتخلّص من الأقواس إنْ وجدتْ. 2- احصرِ المتغير في طرفٍ واحدٍ من المتباينة. 3- استعملْ ترتيبَ العملياتِ لتبسيط المتباينة. 4- استعمل الخواصّ لايجاد مجموعةِ الحلِّ للمتباينةِ.

مثال (4) **حيواناتٌ:** وزنُ الدبّ 600kg قبل مرحلة السباتِ ، وزنه الطبيعي لا يقل من 440kg ،يمكن أن يفقد من وزنه 8kg في الأسبوعِ عند السباتِ. فكم اسبوعاً يستطيعُ أن يصمد في السباتِ ليصل الى وزنه الطبيعيّ؟

نفرضُ ان المتغير x يمثل عدد الاسابيع

اكتبُ المتباينة التي تمثل المسألة	$600 - 8x \geq 440$
اضف الى طرفي المتباينة 600-	$-8x \geq 440 - 600$
اقسم طرفي المتباينة على 8 -	$-8x \geq -160$
	$x \leq 20$

يستطيعُ الدبّ أن يصمدَ 20 اسبوعاً على الاكثر.

مثال (5) **حلّ المتباينات التالية في R باستعمال الخواصّ ومثّله على مستقيم الأعداد:**

i) $\frac{2x}{5} < 4(x-9) \Rightarrow \frac{2x}{5} < 4x-36 \Rightarrow 2x < 20x-180$
$\Rightarrow 180 < 18x \Rightarrow 10 < x \Rightarrow x > 10$

(مستقيم الأعداد: 7 8 9 10 11 12 13 ....)

ii) $3(y-2) \leq 5(2-y) \Rightarrow 3y-6 \leq 10-5y$
$\Rightarrow 3y+5y \leq 10+6 \Rightarrow 8y \leq 16 \Rightarrow y \leq 2$

(مستقيم الأعداد: .... -1 0 1 2)

مثال (6) **حلّ المتباينات التالية في R باستعمالِ خواصِّ المتباينات على الأعدادِ الحقيقيةِ:**

i) $8(t-3) < 7(t-5) \Rightarrow 8t-24 < 7t-35 \Rightarrow 8t-7t < 24-35 \Rightarrow t < -11$

ii) $\frac{-2x}{5} \leq \frac{x}{7} \Rightarrow 7(-2x) \leq 5x \Rightarrow -14x \leq 5x \Rightarrow 0 \leq 5x+14x \Rightarrow 0 \leq 19x \Rightarrow x \geq 0$

iii) $\frac{1}{4}(z+4) > \frac{1}{2}(\sqrt{2}-z) \Rightarrow \frac{1}{4}z+1 > \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}z \Rightarrow \frac{1}{4}z + \frac{1}{2}z > \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$
$\Rightarrow \frac{3}{4}z > \frac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow z > \frac{4-4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$

iv) $\frac{h}{4} + \frac{1}{3} \geq \frac{h}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \geq \frac{h}{2} - \frac{h}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} \geq \frac{h}{4} \Rightarrow 8 \geq 3h \Rightarrow \frac{8}{3} \geq h$

v) $\frac{7}{\sqrt[3]{-27}} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow \frac{7}{-3} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow y - 2y \leq \frac{2}{3} + \frac{7}{3}$
$\Rightarrow -y \leq 3 \Rightarrow y \geq -3$

تَأكَّدْ من فهمِكَ

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال الخواصّ ومثلّه على مستقيم الاعداد:

الأسئلة (1-4) مشابه للامثلة (2،5)

1. $5(x-1) \leq 8 - \sqrt[3]{-8}$
2. $\frac{1}{3}(z - \frac{7}{2}) + \frac{1}{3}z \geq -\frac{23}{6}$
3. $\frac{t}{2} > 2(\frac{1}{\sqrt{16}} - t)$
4. $7(n-1) \leq 9(1-n)$

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال خواصّ المتباينات على الأعداد الحقيقية :

الأسئلة (5-8) مشابه للمثال (3)

5. $2(x - \sqrt{5}) \leq 11(1 - \sqrt{5})$
6. $\frac{1}{2}y - \sqrt[3]{-8} - \frac{3}{2}y < |-7|$
7. $12 - \sqrt[3]{-125} \geq 6(z-1)$
8. $\frac{-5}{7}(\frac{7}{3}m + \frac{14}{5}) > 0$

الأسئلة (9-14) مشابهة للمثالين (3،6)

9. $6(4-h) \leq 7(h-5)$
10. $\frac{-3z}{7} \geq \frac{1}{7} + z$
11. $\frac{1}{9}(x - \sqrt{2}) < \frac{1}{3}(\sqrt{2} - x)$
12. $\frac{n}{6} + \frac{3}{2} > \frac{n}{3} - \frac{1}{3}$
13. $\frac{5}{\sqrt[3]{-8}} - 4k \leq \frac{5}{2} - k$
14. $\frac{1}{2}(y-3) \geq \frac{1}{4}(\sqrt{2} + y)$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلّ المتباينات التالية في R باستعمال خواصّ المتباينات على الأعداد الحقيقية :

15. $7(y+3) < 9 - \sqrt[3]{-27}$
16. $\frac{1}{7}(t - \frac{1}{8}) + \frac{1}{7}t \geq -\frac{6}{7}$
17. $\frac{x}{5} \leq 4(\frac{1}{\sqrt{36}} - 2x)$
18. $8(h+3) > 12(1-h)$
19. $5(z - \sqrt{3}) < 7(1 - \sqrt{3})$
20. $\frac{1}{6}m - \sqrt[3]{-27} - \frac{2}{3}m \leq |-9|$
21. $14k - \sqrt[3]{-64} \geq 7(k-1)$
22. $\frac{-8}{3}(\frac{6}{8}x + \frac{3}{4}) > 0$
23. $9(3+y) < 6(y-4)$
24. $\frac{-2n}{7} \geq \frac{3}{5} + n$
25. $\frac{1}{6}(z - \sqrt{3}) \leq \frac{1}{6}(\sqrt{3} - z)$
26. $\frac{h}{4} + \frac{2}{3} < \frac{h}{3} + \frac{4}{3}$
27. $\frac{8}{\sqrt[3]{-125}} - 2x > \frac{2}{5} - x$
28. $\frac{1}{9}(y+6) \geq \frac{1}{6}(\sqrt{6} - y)$

تدربْ وحلّ مسائلَ حياتيةً



29 **حديقةُ الحيوانِ:** باعَ شباكُ التذاكرِ في حديقة الحيوان تذاكر بمبلغ 450000 دينار بسعر التذكرة 500 دينار لحدّ الظهر، ويحتاجُ شباكُ التذاكر الى مبلغ 1850000 دينار يومياً لتغطيةِ نفقاتهِ التشغيلية. ما أقلُّ عددٍ من التذاكر عليه بيعها لتغطيةِ النفقاتِ التشغيليةِ؟



30 **كرةُ السلةِ:** ضمنُ مباريات الدوريِّ لكرة السلة فاز الفريق الأصفرفي 22 مباراة وخسر 10 مباريات وبقى أمامه 40 مباراة ليخوضَها. ما أقلُّ عددٍ من المبارياتِ الباقية التي ينبغي للفريقِ الفوز بها، لكي يفوزَ بأكثرِ من نصف العدد الكليّ من المبارياتِ ؟



31 **طائراتٌ ورقيةٌ:** تريدُ نادية عمل طائرةٍ ورقيةٍ من قطعةٍ ورقيةٍ مستطيلةِ الشكل يزيدُ طولُها بمقدار 15cm على عرضِها. ما اقلُّ طولِ للقطعةِ الورقيةِ بحيث يكون محيطُها أكبر من 130cm؟

فكِّر

تحدٍّ: حلّ المتبايناتِ الآتية:

32 $\frac{1}{2}x + \sqrt[3]{-125} - \frac{5}{2}x > |-6|$

33 $(\frac{3}{5}y - \frac{1}{3})(5 + \sqrt[3]{-125}) \geq 2y$

34 **أصحّح الخطأ:** حلتْ وردة المتباينةَ الآتية:

$$\frac{5}{3}(\frac{h}{5} + \frac{3}{4}) \leq \frac{5}{4} - 2$$

وكتبت مجموعةَ الحلِّ هي : $\{-6,-5,-4 , \ldots\}$ حددّ خطأ وردة وصحّحه

35 **حِسٌّ عدديٌّ:** أثبتْ أنّ قيم z التي تجعل المتباينة التالية صحيحة هي اعدادٌ سالبةٌ فقط.

$$7z - \frac{1}{7} < |-\frac{1}{7}| - \frac{4}{14}$$

أُكتبِ

مسألةً حياتية تمثلُ المتباينةَ الآتية :

$$(x + 6) \leq 40$$

الدرسُ [4-6]

خطةُ حلِّ المسألةِ (التخمين والتحقق)

Problem solving Plan (Guess and Check)

فكرةُ الدرسِ

- استعمالُ التخمين والتحققِ في حلِّ المسألة

تَعَلَّمْ

في حقلِ تربيةِ الأبقارِ يأكلُ العجلُ الصغيرُ 4kg من العلف يومياً وتأكلُ البقرةُ 12kg من العلف يومياً، ومجموعُ استهلاكِ الحقل من العلف 2600kg يومياً. إذا كان مجموعُ الأبقارِ والعجولُ هو 250. فما عدد كلٍّ منهما؟



افهم

ما المعطياتُ في المسألةِ : يأكلُ العجلُ الصغيرُ 4kg من العلف يومياً وتأكلُ البقرةُ 12kg من العلف يومياً ، ومجموعُ استهلاكِ الحقل يومياً 2600kg من العلف، مجموع الأبقارِ والعجولِ 250 .

ما المطلوبُ في المسألةِ : إيجادُ عدد العجول وعدد الأبقار في الحقل.

خُطَطْ

كيف تحلّ المسألةُ ؟ خمّن وتحقّق وعدّل التخمين حتّى تصلَ الى الإجابة الصحيحة.

حلّ

استهلاكُ الحقلِ من العلفِ يوميا 2600kg

عدد العجول x	عدد الابقار y	4x + 12 y = 2600	التحقق
70	180	4(70) + 12(180) = 2440	2440 < 2600
60	190	4(60) + 12(190) = 2520	2520 < 2600
50	200	4(50) + 12(200) = 2600	صحيح

لذا يوجدُ 50 عجلاً و 200 بقرة في الحقلِ .

تحقّق

50 + 200 = 250 مجموعُ الأبقارِ والعجولِ في الحقلِ

وأن (4)(50) + (12)(200)= 2600 ، لذا التخمينُ صحيحٌ .

Problems مســائل

استعملْ استراتيجيةَ التخمينِ والتحقّقِ لحلِّ المسائلِ الآتية:



1 **نقودٌ:** تسلّم اياد مبلغَ نصف مليون دينار من المصرفِ منها فئة خمسة الاف وفئة عشرة آلاف، فإذا كانت فئة الخمسة آلاف ثلاثة أمثال فئة العشرة آلاف، فما عددُ كلٍّ منهما ؟



2 **صالةُ تزلجٍ:** باع شباك التذاكر لصالةِ التَزلج تذاكر بمبلغ 150000 دينار حتى الظهر بسعر 1500 دينار للشخص الواحدِ، ويجبُ على شباكِ التذاكرِ أن يبيع في الأقلِ بمبلغ 250000 دينار يومياً لتغطيةِ النفقاتِ التشغيليةِ للصالةِ فكم عدد التذاكر التي يبيعها في الأقل لتغطيةِ المبلغِ ؟



3 **كرةُ القدمِ :** ضمن مبارياتِ الدوري لكرةِ القدمِ فاز فريقُ القوة الجوية في 12 مباراة وخسر 5 مباراة وبقى أمامه 13 مباراة ليخوضَها. ما أقل عدد من المبارياتِ الباقيةِ التي ينبغي للفريقِ الفوزُ بها، لكي يفوز بأكثرِ من ثلثي العدد الكلي من المباريات ؟



4 **مسرحٌ :** مسرحٌ يتسعْ لـ 750 شخصاً، حجزتْ أماكن لـ 256 شخصاً في المقدمة لمشاهدة عرض مسرحيٍّ، وضع المنظمون 35 صفاً من الكراسي . ما العددُ الأقصى للكراسي في كلِّ صفٍّ؟

مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Real Numbers	الأعدادَ الحقيقية	Zero Product Pro.	خاصيةُ الضربِ الصفريِّ
Equation	معادلة	Square Root	الجذرُ التربيعيُّ
solving equation	حلُّ المعادلةِ	Inequality	متباينةٌ
Variable	متغيرٌ	Algebraic Inequality	متباينةٌ جبريةٌ
First Degree	الدرجةُ الأولى	Two - steps	خطوتان
First Degree Equation	معادلةُ الدرجة الأولى	power	القوةُ
Distributive Property	خاصيةُ التوزيع	Soul - Set	مجموعةُ الحلّ
Addition Property	خاصيةُ التجميع	Multi- Step	متعددُ الخطواتِ
Absolutely Value	القيمةُ المطلقةِ	Guess	التخمينُ
Real Line	مستقيمُ الأعدادِ الحقيقية	Check	التحققُ
Second Degree	الدرجةُ الثانية	Problems	مسائلُ
Second Degree Equ.	معادلةُ الدرجة الثانية	Plan	خطة
Empty Set ∅	المجموعةُ الخاليةِ	Left Side (L.S)	الطرفُ الايسرِ
		Right Side (R.S)	الطرفُ الايمنِ

الدرسُ [1-4] حلّ المعادلاتِ من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R

مثال1: حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ

i) $5z - 8 = 4z + |-20|$

$\Rightarrow 5z - 4z = 8 + 20 \Rightarrow z = 28$

ii) $7t + 3\sqrt{2} = 8t - 6\sqrt{2}$

$\Rightarrow 3\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 8t - 7t \Rightarrow 9\sqrt{2} = t$

مثال2: حلّ المعادلات التالية باستعمال الضربِ و القسمةِ

i) $4(6y - 1) = 2(5y + 9) \Rightarrow 24y - 4 = 10y + 18$

$\Rightarrow 24y - 10y = 18 + 4 \Rightarrow 14y = 22$

$\Rightarrow y = \frac{22}{14} = \frac{11}{7}$

ii) $\frac{x}{6} = \frac{9}{12} \Rightarrow x(12) = (6)(9)$

$\Rightarrow 12x = 54 \Rightarrow x = \frac{54}{12} = \frac{9}{2}$

تدريب1: حلّ المعادلاتِ التالية باستعمال الجمعِ والطرحِ

i) $2y - 8 = 3y - |-10| \Rightarrow$ ....

....

ii) $|-4|\, h = 9 - \sqrt[3]{-27}\, h \Rightarrow$ ....

....

تدريب2: حلّ المعادلات التالية باستعمال الضرب و القسمةِ

i) $\frac{3y}{4} = \frac{9}{16} \Rightarrow$ ....

....

ii) $7x - 8 = 5x - 3^2 \Rightarrow$ ....

....

الدرسُ [2-4] حلّ المعادلاتِ من الدرجةِ الأولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطواتٍ متعددةٍ في R

مثال1: حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال خواصّ الاعدادِ الحقيقيةِ:

i) $5(x-7)+11=|-21| \Rightarrow 5x-35+11=21$
$\Rightarrow 5x-24=21 \Rightarrow 5x=45 \Rightarrow x=9$

ii) $\frac{1}{3}(15z+21)-10=\frac{1}{3}(12-6z)$
$\Rightarrow 5z+7-10=4-2z \Rightarrow 7z=7 \Rightarrow z=1$

مثال2: حلّ المعادلةِ الآتيةِ :

$|2n-7|=6 \Rightarrow$

$\left\{\begin{array}{l} 2n-7=6 \Rightarrow 2n=13 \Rightarrow n=\frac{13}{2} \\ 2n-7=-6 \Rightarrow 2n=1 \Rightarrow n=\frac{1}{2} \end{array}\right\}$ أو

مجموعة الحل $\{\frac{13}{2}, \frac{1}{2}\}$

تدريب1: حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال خواصّ الاعدادِ الحقيقيةِ:

i) $4(x-5\sqrt{3})=3x-2\sqrt{3} \Rightarrow$ ....
....

ii) $\frac{1}{2}(3y+20)-6=\frac{1}{4}(16-6y) \Rightarrow$ ..
....

تدريب 2: حلّ المعادلةِ الآتيةِ :

$|z-7|=3 \Rightarrow$ ....
....

الدرسُ [3-4] حلّ المعادلاتِ من الدرجةِ الثانيةِ بمتغيرٍ واحدٍ في R

مثال1: حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال الجذرِ التربيعيِّ:

i) $x^2=18 \Rightarrow x=\sqrt{18}$ أو $x=-\sqrt{18}$
$\Rightarrow x=3\sqrt{2}$ أو $y=-3\sqrt{2}$

ii) $8t^2=1 \Rightarrow \frac{1}{8}(8t^2)=\frac{1}{8}\times 1 \Rightarrow t^2=\frac{1}{8}$
$\Rightarrow t=\sqrt{\frac{1}{8}}$ أو $t=-\sqrt{\frac{1}{8}}$
$\Rightarrow t=\frac{1}{2\sqrt{2}}$ أو $t=-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

مثال2: حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال خاصيةِ الضربِ الصفريِّ:

i) $(x-3)(x+5)=0 \Rightarrow x-3=0$ أو $x+5=0$
$\Rightarrow x=3$ أو $x=-5$

ii) $5y-5y^2=0 \Rightarrow 5y(1-y)=0$
$\Rightarrow 5y=0$ أو $1-y=0 \Rightarrow y=0$ أو $y=1$

تدريب1: حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال الجذرِ التربيعيِّ:

i) $16z^2=4 \Rightarrow$ ....
....

ii) $z^2-1=11 \Rightarrow$ ....
....

تدريب2: حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمال خاصيةِ الضربِ الصفريِّ:

i) $(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{2})=0 \Rightarrow$ ....
....

ii) $5z^2+16z=0 \Rightarrow$ ....
....
....

الدرسُ [4-4] حلّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات الخطوتين في R

مثال1: حلّ المتبايناتِ التالية في R باستعمال خواصِّ الجمعِ والطرحِ:

i) $5(y-\sqrt{2})<4y \Rightarrow 5y - 5\sqrt{2} < 4y$

$\Rightarrow 5y - 4y < 5\sqrt{2} \Rightarrow y < 5\sqrt{2}$

ii) $3(\frac{1}{3}y+\frac{1}{15})<0 \Rightarrow 3\times\frac{1}{3}y+3\times\frac{1}{15}<0$

$\Rightarrow y+\frac{1}{5}<0 \Rightarrow y<-\frac{1}{5}$

مثال2: حلّ المتبايناتِ التالية في R باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

$\frac{1}{3}(z+9) > \frac{1}{3}(\sqrt{3} -2z)$

$\Rightarrow \frac{1}{3}z+3 > \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{2}{3}z \Rightarrow \frac{1}{3}z+\frac{2}{3}z > \frac{1}{\sqrt{3}} -3$

$\Rightarrow z > \frac{1-3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

تدريب 1: حلّ المتبايناتِ التالية في R باستعمال خواصِّ الجمعِ والطرحِ:

ii) $5t + \sqrt[3]{-8} \geq 6t - \sqrt[3]{27} \Rightarrow$ ....

....

i) $3(\frac{1}{3}y+\frac{1}{15})<0 \Rightarrow$ ....

....

تدريب 2: حلّ المتبايناتِ التالية في R باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

i) $6(n-3) < 4(n-5) \Rightarrow$ ....

....

ii) $\frac{-2x}{9} \leq \frac{x}{7} \Rightarrow$ ....

....

الدرسُ [4-5] حلّ المتبايناتِ الجبريةِ متعددة الخطواتِ في R

مثال1: حلّ المتبايناتِ التالية في R باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

i) $6(x-\sqrt{3}) \geq 6(1-\sqrt{3})$

$\Rightarrow 6x -6\sqrt{3} \geq 6-6\sqrt{3} \Rightarrow 6x \geq 6-6\sqrt{3}+6\sqrt{3}$

$\Rightarrow 6x \geq 6 \Rightarrow x \geq 6 \Rightarrow x \geq 1$

ii) $6 - \sqrt[3]{-27} < 4(y-1) \Rightarrow 6+3 < 4y -4$

$\Rightarrow 9 < 4y-4 \Rightarrow 13<4y \Rightarrow \frac{13}{4} < y$

مثال2: حلّ المتباينة التالية في R باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

$\frac{7}{\sqrt[3]{-125}} +2t \leq \frac{1}{5} +t \Rightarrow \frac{7}{-5} +2t \leq \frac{1}{5}+t$

$\Rightarrow 2t - t \leq \frac{1}{5} + \frac{7}{5} \Rightarrow t \leq \frac{8}{5}$

تدريب1: حلّ المتبايناتِ التالية في R باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

i) $\frac{1}{5}n + \sqrt[3]{-27} - \frac{11}{5}n < |-3| \Rightarrow$ ....

....

ii) $\frac{-4}{3}(\frac{3}{2}z - \frac{12}{8}) \geq 0 \Rightarrow$ ....

....

تدريب2: حلّ المتباينةِ التالية في R باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

$\frac{1}{3}(y+6) > \frac{1}{3}(\sqrt{3} - y) \Rightarrow$ ....

....

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الخواصِّ الأعدادِ الحقيقيةِ وتحقّقْ من صحةِ الحلِّ :

1. $z = \sqrt[3]{-8} + 2z$
2. $4m - 5\sqrt{3} = 3m + 6\sqrt{3}$
3. $\sqrt{36}\,h = |-16| + 5h$
4. $3z \div 21 = \frac{1}{7}$
5. $\sqrt[3]{125}\,x \div |-9| = 5^2$
6. $\sqrt{3}\,x \div 9 = \sqrt{3} \div 3$
7. $\frac{\sqrt{5}\,h}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$
8. $\frac{9y}{2\sqrt[3]{4}} = \frac{18}{4}$
9. $6z \div 13 = 5z \div 13$
10. $8(h - 1^2) = \frac{1}{2}h - 6$
11. $5\sqrt{3} - z = z - 7\sqrt{3}$
12. $\sqrt{64}\,y = 10(y-1) + 3^2$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ في R باستعمالِ الخواصِّ :

13. $3(x-10) = 2(x+10)$
14. $\sqrt[3]{-8}\,y \div |-8| = 4\sqrt{2}$
15. $\frac{1}{3}(z-7) + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}(z - 10)$
16. $\frac{t}{8+\sqrt[3]{-27}} = \frac{6t}{5}$
17. $|y - 12| = 7$
18. $|2v - 5| = \sqrt{36}$
19. $|\frac{1}{3}n + 8| = \sqrt[3]{-125}$
20. $|7x - 14| = |-18|$
21. $|z - \sqrt{3}| = 4\sqrt{3}$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ في R باستعمال الجذرِ التربيعيّ :

22. $x^2 = 64$
23. $9y^2 = 1$
24. $12t^2 = 4$
25. $n^2 - 5 = 20$
26. $7 - z^2 = -42$
27. $\frac{1}{4}k^2 = 9$
28. $y^2 = \frac{4}{9}$
29. $h^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ في R باستعمال خاصيةِ الضربِ الصفريّ:

30. $(y - 4)(y + 4) = 0$
31. $(z-7)(z-7) = 0$
32. $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{3}) = 0$
33. $(\sqrt{2} - h)(\sqrt{2} + h) = 0$
34. $(4t+8)(3t-7) = 0$
35. $z^2 - z = 0$
36. $\sqrt{8}\,x^2 + 2x = 0$
37. $3\sqrt{7}\,n^2 - 3\sqrt{7}\,n = 0$
38. $\frac{1}{5}y^2 - \frac{1}{5}y = 0$

حلّ المتبايناتِ التاليةِ باستعمال خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ:

39. $2(x - \sqrt{2}) \geq x - \sqrt{2}$
40. $9z + \sqrt[3]{-27} < 10z - \sqrt[3]{125}$
41. $5(\frac{1}{2}y - \frac{3}{10}) \leq 0$
42. $\frac{t}{-7} - 1 > \frac{-1}{14}$
43. $\frac{2m}{9} - \frac{1}{9} \leq \frac{1}{9}$
44. $3(x+7) < 6 - \sqrt[3]{-64}$
45. $\frac{1}{6}(z - \frac{12}{5}) + \frac{5}{6}z \geq -\frac{3}{5}$
46. $\frac{y}{4} \leq 2(\frac{1}{\sqrt{16}} - \frac{1}{8}y)$
47. $5(x+1) > 2(1 - x)$
48. $\frac{1}{3}(h - \sqrt{2}) \leq \frac{2}{3}(\sqrt{2} - h)$
49. $\frac{m}{6} + \frac{2}{5} < \frac{m}{3} - \frac{4}{5}$
50. $\frac{9}{\sqrt[3]{-27}} - 5y > \frac{1}{5} - y$

الدرس [1-1] ترتيبُ العمليات على الاعدادِ النسبيةِ

Ordering Operations on Rational Numbers

اختر الإجابةَ الصحيحةَ لكلِّ مما يأتي:

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

1. $\frac{1}{4} - \frac{3}{8} + \frac{3}{2} = ...$ a) $-\frac{11}{8}$ b) $\frac{11}{8}$ c) $\frac{8}{11}$ d) $-\frac{8}{11}$

2. $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{5} - \frac{6}{15} = ...$ a) $\frac{15}{47}$ b) $-\frac{15}{47}$ c) $\frac{47}{15}$ d) $-\frac{47}{15}$

3. $\frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{1}{7} - \frac{3}{2} = ...$ a) $-\frac{11}{7}$ b) $-\frac{7}{11}$ c) $\frac{11}{7}$ d) $-\frac{7}{11}$

4. $6.13 - 5.02 + 1.5 = ...$ a) 2.16 b) 2.61 c) -2.16 d) 2.61

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

5. $1\frac{1}{4} \times (-2\frac{1}{2}) \div 3\frac{4}{2} = ...$ a) $\frac{3}{8}$ b) $-\frac{3}{8}$ c) $\frac{8}{3}$ d) $-\frac{8}{3}$

6. $\frac{49}{5} \div \frac{-7}{5} \times \frac{-3}{5} = ...$ a) $-\frac{21}{5}$ b) $\frac{21}{5}$ c) $\frac{5}{21}$ d) $-\frac{5}{21}$

7. $4.3 \times 1.2 \div (-0.4) = ...$ a) -12.9 b)-12.9 c)-1290 d)-12.90

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب مقدارٍ بأبسطِ صورةٍ:

8. $\frac{-2}{6} \times \frac{12}{-3} - \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = ...$ a) $-\frac{7}{6}$ b) $\frac{6}{7}$ c) $\frac{7}{6}$ d) $-\frac{6}{7}$

9. $\frac{2}{11} \div \frac{-20}{33} + \frac{7}{5} \div \frac{-28}{5} = ...$ a) $-\frac{11}{20}$ b) $\frac{11}{20}$ c) $\frac{20}{11}$ d) $-\frac{20}{11}$

10. $\frac{1}{9} \div \frac{5}{36} \times \frac{1}{-2} + \frac{7}{2} = ...$ a) $-\frac{31}{10}$ b) $\frac{31}{10}$ c) $\frac{10}{31}$ d) $-\frac{10}{31}$

Mutiple Choice — الاختيارُ من متعددٍ

الدرس [2-1] القوى (الأسسُ) السالبةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ

Scientific Notation and Negative Powers (Exponents) of Number

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

احسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

#	Question	a	b	c	d
1	4^{-2}	a) $\frac{-1}{8}$	b) $\frac{-1}{16}$	c) $\frac{1}{8}$	d) $\frac{1}{16}$
2	1^{-6}	a) 6	b) -6	c) 1	d) -1
3	-5^{-2}	a) 25	b) $\frac{-1}{25}$	c) -25	d) $\frac{1}{25}$
4	$(-2)^{-3}$	a) $\frac{-1}{8}$	b) $\frac{1}{8}$	c) -8	d) 8
5	$(-8)^{0}$	a) 0	b) -1	c) 1	d) -8

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي:

#	Question	a	b	c	d
6	$\frac{1}{8} + 4^{-2} - (-1)^{-5} - \frac{1}{4}$ =......	a) $\frac{16}{15}$	b) $\frac{15}{16}$	c) $\frac{-16}{15}$	d) $\frac{-15}{16}$
7	$(-3)^{-3} - (-9)^{0} - 1^{6}$ =......	a) $\frac{53}{27}$	b) $\frac{55}{27}$	c) $\frac{-53}{27}$	d) $\frac{-55}{27}$
8	$(7)^{-2} - (-1)^{4} + 1^{-7} - \frac{1}{7}$ =......	a) $\frac{-6}{49}$	b) $\frac{-114}{49}$	c) $\frac{6}{49}$	d) $\frac{114}{49}$

اكتب الأعداد التالية بالصورةِ الرقميةِ:

#	Question	a	b	c	d
9	3.4×10^{5} =......	a) 300040	b) 300400	c)304000	d) 340000
10	7.05×10^{4} =......	a) 70005	b) 70500	c)75000	d) 70050
11	2.51×10^{-3} =......	a) 0.00251	b) 0.00215	c) 0.00125	d) 0.00512
12	89.2×10^{-4} =......	a) 0.0892	b) 0.08902	c) 0.00892	d) 0.08092

اكتب الأعداد التالية بالصورةِ العلميةِ:

#	Question	a	b	c	d
13	52100 =......	a) 5.21×10^{3}	b) 5.21×10^{4}	c) 5.21×10^{5}	d) 5.21×10^{6}
14	9100000 =......	a) 9.1×10^{4}	b) 9.1×10^{5}	c) 9.1×10^{6}	d) 9.1×10^{7}
15	0.0035 =......	a) 3.5×10^{-6}	b) 3.5×10^{-5}	c) 3.5×10^{-4}	d) 3.5×10^{-3}
16	0.000062 =......	a) 6.2×10^{-4}	b) 6.2×10^{-5}	c) 6.2×10^{-6}	d) 6.2×10^{-7}

الدرس [3-1] خصائصُ القوى (الأسسِ)

Properties of Powers (Exponents)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

اضرب واكتب ناتج الضرب كقوة واحدة:

1. $3^2 \times 3^{-4} \times 3^{-1} = ...$ a) 3^3 b) 3^{-3} c) 3^{-7} d) 3^7
2. $2^5 \times 4^{-3} \times 8^2 = ...$ a) 2^{-5} b) 2^{-4} c) 2^5 d) 2^4
3. $-7^3 \times 7^{-4} \times 7^0 = ...$ a) 7^{-1} b) 7^0 c) -7^0 d) -7^{-1}
4. $(-5)^2 \times 5^{-2} \times 25^3 = ...$ a) 5^6 b) 5^{10} c) -5^6 d) -5^{10}
5. $4^{-2} \times 16^{-2} \times (-32)^2 = ...$ a) -2^{-4} b) 2^{-4} c) 2^{-2} d) -2^{-2}
6. $(3^{-2})^{-4} \times 9^{-6} \times (-9)^0 = ...$ a) 3^{-14} b) -3^{-14} c) -3^{-4} d) 3^{-4}

اقسم واكتب ناتج القسمة كقوة واحدة:

7. $\dfrac{8^3}{8^7} = ...$ a) 8^{-4} b) -4^{12} c) -8^4 d) 2^{-12}
8. $\dfrac{(-27)^2}{(-9)^3} = ...$ a) 3^{-12} b) -3^{-12} c) -1 d) 1
9. $\dfrac{(-32)^0}{(-2)^3} = ...$ a) -2 b) 0 c) -2^{-3} d) 2^2
10. $\dfrac{(-12)^2}{(-18)^2} = ...$ a) $-\dfrac{4}{9}$ b) $-\dfrac{9}{4}$ c) $\dfrac{4}{9}$ d) $\dfrac{9}{4}$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر :

11. $\dfrac{-5^3 \times 4^3}{4^2 \times 5^6} = ...$ a) $\dfrac{5^{-3}}{2^2}$ b) $\dfrac{5^3}{2^{-2}}$ c) $\dfrac{2^2}{5^3}$ d) $-\dfrac{2^2}{5^3}$
12. $\dfrac{7^{-6} \times 7^0 \times 9^{-2}}{(-7)^2 \times 3^2 \times (-1)^0} = ...$ a) $\dfrac{7^{-8}}{-3^6}$ b) $\dfrac{7^{-8}}{3^6}$ c) $\dfrac{3^{-6}}{7^8}$ d) $-\dfrac{3^{-6}}{7^8}$
13. $\dfrac{28^{-2} \times 2^4 \times 7^{-2}}{(-14)^3 \times 2^{-3} \times (-1)^5} = ...$ a) $\dfrac{-1}{7^{-7}}$ b) $\dfrac{1}{7^{-7}}$ c) $\dfrac{-1}{7^7}$ d) $\dfrac{1}{7^7}$

الدرس [1-4] الكسورُ الدوريةُ والصورةُ العلميةُ للعددِ (باستعمالِ الحاسبة)

Recurring Decimal Fractions and Scientific Notation of Number (using Calculator)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع على صورةِ كسرٍعشريٍّ:

1. $\frac{3}{8}+\frac{5}{9}=$...... a) $0.390\overline{5}$ b) $0.930\overline{5}$ c) $0.590\overline{3}$ d) $0.903\overline{5}$

2. $\frac{2}{9}+\frac{3}{5}=$...... a) $0.8\overline{2}$ b) $-0.8\overline{2}$ c) $0.2\overline{8}$ d) $-0.8\overline{2}$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورةِ كسرٍعشريٍّ:

3. $\frac{8}{9}\times\frac{36}{48}\div\frac{-6}{21}=$ ...... a) $2.\overline{3}$ b) $-2.\overline{3}$ c) $3.\overline{2}$ d) $-3.\overline{2}$

4. $\frac{11}{-5}\div\frac{44}{25}\times\frac{-17}{12}=$ ...... a) $-1.7708\overline{3}$ b) $-1.7703\overline{8}$ c) $1.7708\overline{3}$ d) $1.7807\overline{3}$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضربِ والقسمةِ بالصورةِ العلميةِ :

5. $(4.2\times10^{5})(3.6\times10^{-4})=$......

   a) 1.251×10^{2} b) 1.152×10^{2} c) 1.512×10^{2} d) 1.125×10^{2}

6. $(6.13\times10^{-3})(5.2\times10^{-7})=$......

   a) 3.1876×10^{-9} b) 3.1876×10^{-10} c) 3.1876×10^{-11} d) 3.1876×10^{-12}

7. $(9.04\times10^{-2})(1.5\times10^{6})=$......

   a) 1.563×10^{5} b) 1.563×10^{-5} c) 1.356×10^{-5} d) 1.356×10^{5}

8. $(2.2\times10^{-4})(3.3\times10^{-8})=$......

   a) 7.62×10^{-12} b) 7.26×10^{-12} c) 7.26×10^{12} d) 7.62×10^{12}

9. $\frac{6.25\times10^{-7}}{2.5\times10^{6}}=$......

   a) 2.5×10^{13} b) 2.5×10^{-1} c) 2.5×10^{-13} d) 2.5×10

10. $\frac{7.54\times10^{-4}}{1.3\times10^{-11}}=$......

   a) 5.8×10^{-1} b) 5.8×10 c) 5.8×10^{-7} d) 5.8×10^{7}

الدرس [5-1] تبسيطُ الجملِ العدديةِ الكسريةِ

Simplifies Fraction Numerical Sentences

اختر الإجابة الصحيحة لكلٍّ مما يأتي:

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسطِ صورةٍ:

1. $\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{36}}{3} - \frac{-11}{\sqrt{9}} = ...$ a) $-\frac{6}{19}$ b) $\frac{19}{6}$ c) $\frac{6}{19}$ d) $-\frac{19}{6}$

2. $\frac{1}{3}\left(\frac{|-12|}{5} - \frac{\sqrt[3]{27}}{-2} - \frac{17}{10}\right) = ...$ a) $-\frac{30}{22}$ b) $\frac{15}{11}$ c) $-\frac{22}{30}$ d) $\frac{11}{15}$

3. $\frac{\sqrt[3]{-1}}{7} \times \frac{|-35|}{10} + \frac{2}{7} \times \frac{-21}{\sqrt[3]{8}} = ...$ a) $\frac{-7}{2}$ b) $-\frac{5}{2}$ c) $\frac{2}{7}$ d) $-\frac{2}{5}$

4. $\frac{4}{\sqrt{81}} \div \frac{|-20|}{10} - \frac{\sqrt[3]{-27}}{12} \div \frac{-3}{8} = ...$ a) $-\frac{4}{9}$ b) $\frac{4}{9}$ c) $\frac{9}{4}$ d) $-\frac{9}{4}$

5. $\left|-1\frac{1}{7}\right| \times 1\frac{1}{2} \div (1 + \sqrt[3]{-8}) = ...$ a) $-\frac{12}{7}$ b) $-\frac{7}{12}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $\frac{19}{7}$

6. $\frac{1}{2^3} \times 2^{-5} \div (-1)^{-4}\,(2)^{-2} = ...$ a) 2^{-5} b) 2^{-6} c) 2^{-10} d) 2^{10}

7. $(-5)^{-2} - (-7)^0 - \frac{\sqrt{9}}{3^2} \times \frac{12}{25} = ...$ a) $-\frac{28}{25}$ b) $\frac{28}{25}$ c) $\frac{25}{28}$ d) $-\frac{25}{28}$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية:

8. $3.2 \times 10^4 + 0.22 \times 10^5 = ...$

   a) 0.54×10^4 b) 0.45×10^4 c) 0.45×10^5 d) 0.54×10^5

9. $5.1\times10^{-4} + 0.95 \times10^{-3} = ...$

   a) 1.46×10^{-3} b) 1.46×10^{-4} c) 4.16×10^{-3} d) 4.16×10^{-4}

10. $8.3 \times10^{-6} - 0.57\times 10^{-3} = ...$

    a) 5.671×10^{-4} b) 5.617×10^{-4} c) 5.617×10^{-3} d) 5.671×10^{-3}

11. $(7.6 \times10^5)(4.5\times 10^{-8}) = ...$

    a) 3.42×10^{-3} b) 3.24×10^{-3} c) 3.42×10^{-2} d) 3.24×10^{-2}

Mutiple Choice — الاختيارُ من متعدِّدٍ

الدرس [1-2] مفهومُ الأعدادِ الحقيقيةِ وتمثيلها على مستقيمِ الأعدادِ

Concept of Real Numbers and Represent on Number Line

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقيٍّ :

1. $\sqrt{13}$ a) عدد نسبي b) عدد طبيعي c) عدد غير نسبي d) عدد صحيح

2. $\sqrt{\frac{4}{36}}$ a) عدد صحيح b) عدد غير حقيقي c) عدد غير نسبي d) عدد نسبي

3. $\sqrt{-25}$ a) عدد طبيعي b) عدد غير حقيقي c) عدد حقيقي d) عدد صحيح

4. $\sqrt{\frac{49}{5}}$ a) عدد غير نسبي b) عدد غير حقيقي c) عدد نسبي d) عدد صحيح

اكتب الجذورَ التربيعية التالية بأبسطِ صورةٍ :

5. $\sqrt{\frac{2}{18}}$ a) $\frac{\sqrt{2}}{6}$ b) $\frac{2}{18}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{2}{\sqrt{2}}$

6. $\sqrt{\frac{8}{27}}$ a) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}$ b) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$ c) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{3}{2}}$ d) $\frac{3}{2}\sqrt{\frac{3}{2}}$

7. $\sqrt{4\frac{1}{12}}$ a) $\frac{7}{\sqrt{3}}$ b) $4\frac{1}{\sqrt{3}}$ c) $\frac{2}{7\sqrt{3}}$ d) $\frac{7}{2\sqrt{3}}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقربِ عُشرٍ.

8. $\sqrt{11} \approx .....$ a) 3.31 b) 3.316 c) 3.3 d) 3.32

9. $\sqrt{5} \approx .....$ a) -2.2 b) 2.236 c) -2.3 d) 2.23

10. $\sqrt{\frac{16}{13}} \approx .....$ a) $\frac{4}{13}$ b) $\frac{4}{3.6}$ c) $\frac{\sqrt{16}}{13}$ d) $\frac{-4}{\sqrt{13}}$

11. $\sqrt{7.6} \approx .....$ a) 2.7 b) 2.75 c) 2.275 d) 2.8

رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبرِ الى الأصغرِ:

12. $-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$
  a) $-4.02, -\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}$ b) $-4.02, -4\frac{1}{5}, -\sqrt{17}$
  c) $-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$ c) $-4\frac{1}{5}, -\sqrt{17}, -4.02$

13. $\sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{2}$
  a) $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$ b) $\sqrt{7}, \sqrt{5}, \sqrt{2}$
  c) $\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{7}$ d) $\sqrt{7}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$

الدرس [2-2] خصائص الأعداد الحقيقية

Properties of Real Numbers

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

اكتب مثالاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

1. $a+(-a) = 0, \ \forall a, -a \in R$

a) $\frac{5}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}}{5} = 0$ b) $\frac{5}{\sqrt{7}} + (-\frac{5}{\sqrt{7}}) = 0$

c) $\frac{5}{\sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7}} = 0$ b) $\frac{5}{\sqrt{7}} + (-\frac{\sqrt{7}}{5}) = 0$

2. $a \times \frac{1}{a} = 1 , \ \forall \ a \in R , a \neq 0$

a) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{-1}{\sqrt{3}} = 1$

c) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 1$ b) $\frac{1}{\sqrt{3}} \times (-\sqrt{3}) = 1$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

3. $7\sqrt{5} - 8$

a) $7\sqrt{5} + 8$ b) $-7\sqrt{5} - 8$ c) $\frac{1}{7\sqrt{5} - 8}$ d) $-7\sqrt{5} + 8$

4. $-\sqrt{1} - \sqrt{2}$

a) $1 + \sqrt{2}$ b) $\sqrt{1} - \sqrt{2}$ c) $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ d) $-1 - \sqrt{2}$

5. $\frac{2}{\sqrt{11}} - \frac{6}{\sqrt{11}}$

a) $\frac{-8}{\sqrt{11}}$ b) $\frac{-4}{\sqrt{11}}$ c) $\frac{4}{\sqrt{11}}$ d) $\frac{\sqrt{11}}{4}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

6. $-\sqrt{\frac{1}{12}}$

a) $2\sqrt{3}$ b) $\frac{-1}{2\sqrt{3}}$ c) $-2\sqrt{3}$ d) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

7. $\sqrt{7} - \frac{1}{\sqrt{7}}$

a) $\frac{-6}{\sqrt{7}}$ b) $\frac{\sqrt{7}}{6}$ c) $\frac{6}{\sqrt{7}}$ d) $\frac{\sqrt{7}}{8}$

8. $-6\frac{2}{5} - 3\frac{3}{5}$

a) $\frac{5}{14}$ b) $\frac{-5}{14}$ c) $\frac{1}{10}$ d) $\frac{-1}{10}$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقربِ عُشرٍ :

9. $\sqrt{\frac{1}{7}}$

a) $\frac{1}{2.6}$ b) 2.6 c) $\frac{-1}{2.6}$ d) -2.6

10. $-\sqrt{\frac{11}{25}}$

a) $\frac{2}{3.3}$ b) $\frac{3.3}{5}$ c) $\frac{-5}{3.3}$ d) $\frac{-3.3}{5}$

الدرس [2-3] تبسيطُ الجملِ العدديةِ التي تحتوي على جذورٍ تربيعيةٍ

Simplifying the Numerical Sentences which contain Square Roots

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

بسط الجمل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقيةِ :

1. $\sqrt{3}(\sqrt{12}-\sqrt{2})$ a) $6-3\sqrt{2}$ b) $6+3\sqrt{2}$ c) $6+\sqrt{6}$ d) $6-\sqrt{6}$

2. $7\sqrt{20}-3\sqrt{45}$ a) $23\sqrt{5}$ b) $5\sqrt{5}$ c) $-23\sqrt{5}$ d) $-5\sqrt{5}$

3. $\sqrt{32}(2^3-\sqrt{8})$ a) $16-32\sqrt{2}$ b) $32\sqrt{2}+16$ c) $32\sqrt{2}-16$ d) $32-16\sqrt{2}$

4. $\sqrt{5}(3+\sqrt{10})-5\sqrt{2}$ a) $3\sqrt{5}$ b) $-5\sqrt{5}$ c) $3\sqrt{2}$ d) $-5\sqrt{2}$

5. $\sqrt[3]{-27}(\sqrt{7}+1^3)+7\sqrt{7}$ a) $4\sqrt{7}-9$ b) $10\sqrt{7}-3$ c) $10\sqrt{7}-9$ d) $4\sqrt{7}-3$

6. $\frac{1}{9}\sqrt{11}+\frac{1}{6}(\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{11})$ a) $\frac{-\sqrt{11}}{6}$ b) $\frac{2}{9}\sqrt{11}$ c) $\frac{3\sqrt{11}}{-6}$ d) $\frac{7\sqrt{11}}{-6}$

7. $\frac{1-5\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}$ a) $\frac{\sqrt{3}-15}{12}$ b) $\frac{\sqrt{3}+15}{12}$ c) $\frac{\sqrt{3}-5}{4}$ d) $\frac{\sqrt{3}+5}{4}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمالِ خاصيةِ تنسيبِ المقامِ :

8. $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{28}}{\sqrt{7}\sqrt{2}}$ a) $\frac{2\sqrt{7}-7\sqrt{2}}{7}$ b) $\frac{2\sqrt{7}+7\sqrt{2}}{7}$ c) $\frac{2\sqrt{7}-7\sqrt{2}}{14}$ d) $\frac{2\sqrt{7}+7\sqrt{2}}{14}$

9. $\frac{\sqrt{98}-\sqrt{18}}{3\sqrt{24}}$ a) $\frac{3}{2\sqrt{3}}$ b) $\frac{2}{3\sqrt{3}}$ c) $\frac{2}{3\sqrt{2}}$ d) $\frac{3}{2\sqrt{2}}$

10. $\frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{48}}\div\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{49}}$ a) $\frac{2}{7}$ b) $-\frac{7}{2}$ c) $\frac{7}{2}$ d) $-\frac{2}{7}$

11. $\frac{20\sqrt{1}}{\sqrt[3]{-54}}\times\frac{\sqrt[3]{-16}}{\sqrt{20}}$ a) $\frac{20}{3\sqrt{5}}$ b) $\frac{40}{3\sqrt{5}}$ c) $\frac{-20}{3\sqrt{5}}$ d) $\frac{-40}{3\sqrt{5}}$

الدرس [2-4] تطبيقاتُ على نظريةِ فيثاغورس

Application for Pythagoras Theorem

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

		a)	b)	c)	d)
1	49	a) $\pm\sqrt{7}$	b) ± 7	c) $\sqrt{7}$	d) -7
2	225	a) $\sqrt{15}$	b) $\pm\sqrt{15}$	c) ± 15	d) 15
3	8	a) $\sqrt{8}$	b) $\pm 2\sqrt{2}$	c) $-\sqrt{8}$	d) $\pm 4\sqrt{2}$
4	$\frac{36}{64}$	a) $\pm\frac{6}{8}$	b) $\frac{-6}{8}$	c) $\pm\frac{4}{3}$	d) $\pm\frac{3}{4}$
5	$1\frac{7}{9}$	a) $\pm 1\frac{7}{3}$	b) $\pm 1\frac{1}{3}$	c) $\pm\frac{1}{3}$	d) $\pm 1\frac{3}{4}$
6	$\frac{25}{12}$	a) $\pm\frac{\sqrt{5}}{3\sqrt{2}}$	b) $\pm\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}}$	c) $\pm\frac{5}{3\sqrt{2}}$	d) $\pm\frac{5}{2\sqrt{3}}$
7	6.25	a) ± 2.5	b) ± 5.2	c) ± 2.25	d) ± 22.5
8	22.09	a) ± 0.74	b) ± 4.07	c) ± 0.47	d) ± 4.7

جد طول الضلع القائم إذا علمت أنّ طول الوترِ والضلع القائم لكلِّ مثلث مما يأتي:

		a)	b)	c)	d)
9	3 cm, 5 cm, ?	a) $\sqrt{4}$	b) 4	c) $-\sqrt{4}$	d) -4
10	4 cm, $\sqrt{65}$ cm, ?	a) $\sqrt{7}$	b) -7	c) $-\sqrt{7}$	d) 7

جد عددين مجموعَ مربعيهما هو العددُ :

		a)	b)	c)	d)
10	50	a) 6 ,3	b) 5 ,4	c) 7 ,1	d) 8 ,1
11	41	a) 4 ,5	b) 5 ,3	c) 4 ,6	d) 2 ,6
12	89	a) 6 ,7	b) 5 ,7	c) 8 ,4	d) 8 ,5
13	74	a) 4 ,6	b) 7 ,5	c) 3 ,9	d) 9 ,1

الدرس [2-5] المستوى الإحداثي

Coordinate Plane

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

عند تمثيل جدول قيم الدالة التالي في المستوي الاحداثي فإن الشكلَ الهندسيَّ الذي يمثّله هو:

1

X	4	-4	-4	4
Y	4	-4	4	-4

a)مستطيل b)مثلث c)مربع d) شبه منحرف

2

X	2	-4	-3	2
Y	3	3	0	0

a)مستطيل b)متوازي اضلاع c)مربع d) شبه منحرف

3

X	1	-2	-2	-5
Y	2	2	-5	-5

a)سداسي b)متوازي اضلاع c)مثلث d) شكل رباعي

4

X	3	-3	5	-3
Y	-3	-3	-6	-6

a)قطعة مستقيم b)مستطيل c)سباعي d) شبه منحرف

5

X	0	-1	3	-2
Y	0	1	-3	2

a)مربع b)مثلث c)قطعة مستقيم d) خماسي

مثل كل زوجٍ من الزوجين المرتبين التاليين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافةَ بينهما مقربة لأقربِ عُشرٍ إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً :

6 {(6,0) ، (6,3)} a) 3.1 b) 3 c) 3. 2 d) 0.3

7 {(-4,0) ، (0,5)} a) 6.3 b) 6 c) 4. 6 d) 6.4

8 {(2,-4) ، (4,0)} a) 4.5 b) 4.4 c) 5 d) 5.4

9 {(3,3) ، (-3,-3)} a) 8.4 b) 5.8 c) 8.5 d) 8

10 {(-1,3) ، (-3,-5)} a) 8.2 b) 8 c) 8. 1 d) 8.3

11 {(0,0) ، (6,-5)} a) 7 b) 6 c) 7. 8 d) 6.7

الدرس [3-1] جمع المقاديرِ الجبريةِ وطرحُها

Addition and subtraction an Algebraic Expression

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المقادير الجبرية التالية باستعمالِ الجمع :

1. $(3x^2+4x+5)+(5x^2+x+6)$
   a) $2x^2+6x+30$ b) $8x^2+3x+1$
   c) $8x^2+5x+11$ d) $2x^2+5x+1$

2. $(\sqrt{5}y^2x^2+6)+(3\sqrt{5}x^2y^2+9y+4)$
   a) $4\sqrt{5}y^2x^2+10$
   b) $2\sqrt{5}y^3x^2+9y+10$ c) $4\sqrt{5}y^3x^2+10y$ d) $4\sqrt{5}y^2x^2+9y+10$

3. $(|-2|z^2w+4k+\sqrt{7})+(|10|z^2w-10k+2\sqrt{7})$
   a) $8z^2w+6k+3\sqrt{7}$
   b) $-12z^2w-6k+3\sqrt{7}$ c) $12z^2w-6k+3\sqrt{7}$ d) $-12z^2w-14k+3\sqrt{7}$

4. $(\frac{3}{4}h^3k+5gh-3)+(\frac{2}{5}h^3k-10gh+4)$
   a) $\frac{18}{20}h^2k-5gh+7$
   b) $\frac{23}{20}h^3k-15gh-1$ c) $\frac{1}{5}h^3k-5gh+1$ d) $\frac{23}{20}h^3k-5gh+1$

حل المقادير الجبرية التالية باستعمالِ الطرح:

5. $(4m^2n^2-5)-(3m^2n^2+x+3)$
   a) m^2n^2+x+2 b) $7m^2n^2-x-8$
   c) m^2n^2-x+1 d) m^2n^2-x-8

6. $(\sqrt{13}g^3h^4+z^2+20)-(5\sqrt{13}g^3h^4-4z^2+12)$
   a) $4\sqrt{13}g^3h^4+5z^2+22$
   b) $4\sqrt{13}g^3h^4+3z^2+8$ c) $-4\sqrt{13}g^3h^4-5z^2+20$ d) $-4\sqrt{13}g^3h^4+5z^2+8$

7. $(|-24|yz+2x^2+12)-(6yz-15x^2-4)$
   a) $30yz+13x^2+16$
   b) $-18yz-13x^2+8$ c) $18yz+17x^2+16$ d) $18yz-13x^2+16$

8. $(\frac{6}{3}x^4+7mn-8)-(\frac{2}{3}x^4-10mn-2)$
   a) $-\frac{4}{3}x^4-3mn+6$
   b) $\frac{4}{3}x^4+3mn-6$ c) $\frac{4}{3}x^4-17mn-6$ d) $\frac{4}{3}x^4+17mn-6$

Mutiple Choice الاختيارُ من متعدِّدٍ

الدرس [3-2] ضربُ حدٍّ جبريٍّ في مقدارٍ جبريٍّ

Multiplying an Algebraic Expression by an Algebraic Term

اخترِ الإجابةَ الصحيحةَ لكل مما يأتي:

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

1. $(5m^2n^2)(12m^5n)$ a) $60m^3n^3$ b) $72m^7n^2$ c) $60m^7n^3$ d) $60m^7n$

2. $(-25x^2y^2z)(4xy)$ a) $-100x^3y^3$ b) $100x^3y^3z$ c) $100x^2y^2z$ d) $-100x^3y^3z$

3. $(\frac{7}{2}z^2w^2)(\frac{3}{9}zw^3)$ a) $\frac{21}{18}z^2w^6$ b) $\frac{21}{18}z^3w^5$ c) $\frac{7}{6}z^3w^6$ d) $\frac{7}{6}z^2w^5$

4. $(\sqrt{5}h^2k^2)((\sqrt{5}h^2k^3)$ a) $5h^4k^5$ b) $5k^5$ c) $5k$ d) $5k^6$

5. $(|-3|g^3h)((|4|g^4h^2)$ a) $-12gh$ b) $-12g^7h^2$ c) $12g^7h^3$ d) $12g^7h$

6. $5x^2y(4x^3+3x+4)$ a) $20x^5y+15x^3y+20x^2y$ b) $20x^5+15x^3+4$ c) $20x^5y+8x^3y+4$ d) $9x^5y+8x^3+4$

7. $\frac{1}{2}m^2n^2(4mn+8)$ a) $4m^3n^3+16mn$ b) $2m^3n^3+4$ c) $4mn+4m^2n^2$ d) $4m^3n^3+4m^2n^2$

8. $6y^2(3y^2-5x+3)$ a) $18y^4-30y^2x+18y^2$ b) $9y^4-11y^2x+9y^2$ c) $18y^2-30yx+9y^2$ d) $3y^4-y^2x+18y^2$

9. $(-12g^2h^2)(-g^3h^2-4gh-8)$

   a) $12g^2h^4-48g^3h^3+20g^2h^2$ b) $-12g^5h^4-8g^2h^2-960g^2h^2$

   c) $12g^5h^4+48g^3h^3+96g^2h^2$ d) $-12gh^4-48g^3h^3+96g^2h^2$

الدرس [3-3] ضربُ المقاديرِ الجبريةِ

Multiplying an Algebraic Expression

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

جد ناتج الضربِ لكل مما يأتي:

1. $(x-5)(x+5)$ a) x^2+25 b) x^2-25 c) $x^2-10x+25$ d) $x^2+5x-25$

2. $(\frac{1}{3}m^2-9)(\frac{1}{3}m^2+6)$ a) $\frac{1}{9}m^4-\frac{15}{3}m^2+63$ b) $\frac{1}{9}m^4+m^2+63$ c) $\frac{1}{9}m^4-\frac{15}{3}m^2-63$ d) $\frac{1}{9}m^4-m^2-63$

3. $(\sqrt[3]{8}n^2+10)(\sqrt[3]{27}n^2-5)$ a) $6n^4-20n^2-50$ b) $6n^4-40n^2+50$ c) $6n^4+20n^2-50$ d) $6n^4+20n^2+50$

4. $(z-\sqrt{5})(z+\sqrt{5})$ a) z^2-5 b) z^2+5 c) $z^2+\sqrt{25}z+5$ d) $z^2-\sqrt{25}z-5$

5. $(|-4|gh-3)(|4|gh+3)$ a) $16g^2h^2+gh+9$ b) $16g^2h^2-gh+9$ c) $16g^2h^2+9$ d) $16g^2h^2-9$

6. $(-2x^2+7)(x^2+x-4)$ a) $2x^4+2x^3+x^2+7x+28$ b) $-2x^4-2x^3+15x^2+7x-28$ c) $-2x^4-2x^3+x^2+7x+28$ d) $2x^4-2x^3-x^2-7x+28$

7. $(\frac{1}{2}x-3)(\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+9)$
   a) $8x^3+27$ b) $\frac{1}{8}x^3+27$
   c) $8x^3-27$ d) $\frac{1}{8}x^3-27$

8. $(w^2+\sqrt{3})(2w^2-w-\sqrt{3})$
   a) $2w^4+w^3+2\sqrt{3}w^2-\sqrt{3}w+3$ b) $2w^4-w^3+2\sqrt{3}w^2+\sqrt{3}w-3$
   c) $2w^4-w^3+\sqrt{3}w^2-\sqrt{3}w-3$ d) $2w^4+w^3+2\sqrt{3}w^2+\sqrt{3}w-3$

9. $(3k+\sqrt[3]{5})(9k^2-3\sqrt[3]{5}k+\sqrt[3]{25})$
   a) $(27k^3+25)$ b) $(27k^3+5)$
   c) $(27k^3-25)$ d) $(27k^3-5)$

10. $(2y-1)(4y^2+2y+1)$ a) $8y^3-1$ b) y^3-8 c) $8y^3+1$ d) y^3+8

الدرس [3-4] قسمةُ مقدارٍ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing an Algebraic Expression by an Algebraic Term

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

جد ناتج القسمةِ لكل مما يأتي:

1. $\frac{24x^5}{12x^3}$ a) $2x^8$ b) $12x^2$ c) $12x^8$ d) $2x^2$

2. $\frac{36z^2w^2}{9zw}$ a) $4z^3w^3$ b) $\frac{1}{4}zw$ c) $4zw$ d) $\frac{1}{4}z^3w^3$

3. $\frac{81g^3h^3}{3g^{-6}h^{-6}}$ a) $27g^3h^3$ b) $27g^9h^9$ c) $27g^{-3}h^{-3}$ d) $27g^{-9}h^{-9}$

4. $\frac{\sqrt[3]{27}m^5n^5}{\sqrt[3]{8}m^{-5}n^{-5}}$ a) $\frac{3}{2}mn$ b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{3}{2}m^{10}n^{10}$ d) $\frac{3}{2}m^{-10}n^{-10}$

5. $\frac{\sqrt{49}x^{-2}y^2}{7x^{-3}y^{-2}}$ a) xy^4 b) $7x^{-6}y^4$ c) $x^{-6}y^4$ d) xy

6. $\frac{28x^4y^2z^2}{\frac{1}{4}x^3}$ a) $112x^5y^2z^2$ b) $112xy^2z^2$ c) $112x^{-5}y^2z^2$ d) $\frac{112}{x}y^2z^2$

7. $\frac{48g^{-4}h^{-3}+12g^2h^2}{12g^4h^3}$ a) $3+g^6h^5$ b) $3g^8h^9+g^2h$ c) $3+g^2h$ d) $4g^{-8}h^{-6}+g^{-2}h^{-1}$

8. $\frac{5x^2y^2-15x^4y^2+20x^5y^3}{5x^3y^3}$ a) $x^5y^5-3x^7y^6+4x^2$ b) $\frac{1}{xy}-3xy^{-1}+4x^2$ c) $x^5y^5-3xy^5+4x^2y^6$ d) $xy-3xy+4x^2y$

9. $\frac{72z^5w^3+36z^6w^2+18z^2w^2}{9z^4w^4}$ a) $8zw+4z^2w^2+2z^{-2}w^{-2}$ b) $8zw^{-1}+4z^2w^2+2zw$ c) $8zw^{-1}+4z^2w^{-2}+2z^{-2}w^{-2}$ d) $8zw+4z^2w^2+2z^2w^2$

10. $\frac{16m^6n^6-32m^7n^6-4m^4n^4}{4m^3n^3}$ a) $4m^9n^9-8m^{10}n^9-m^7n^7$ b) $4m^2n^2-8m^4n^3-mn$ c) $4m^3n^3-8m^4n^3-m^7n^7$ d) $4m^3n^3-8m^4n^3-mn$

الدرس [3-5] تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

Factoring Algebraic Expression

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حلل المقدارَ الجبريَّ الآتي:

1. $81xy + 72x$ a) $9x(9y+8)$ b) $9(9xy-8)$ c) $9x(9xy-9)$ d) $9x(9xy+9)$

2. $7z^3 - z^2$ a) $7z^2(z + \frac{1}{7})$ b) $7z^2(z + 1)$ c) $7z^2(z - \frac{1}{7})$ d) $7z^2(z - 1)$

3. $49g^2h^2 + 21gh$ a) $7gh(7gh+3)$ b) $7gh(7gh-3)$ c) $7(7gh+3)$ d) $7(7g^2h^2 + 3gh+1)$

4. $11m^3n^2 - 44m^2n^2 - 121mn$
   a) $mn(11m^2n^2 - 4mn-1)$ b) $11mn(m^2n^2 - 4mn-11)$ c) $11mn(m^2n-4mn-11)$ d) $11\ (11m^2n^2 - 4mn-1)$

5. $150r^3v^2 + 25rv+75r^2v^2$ a) $25rv(6r^2v+1 +3rv)$ b) $25rv(6rv+3rv-1)$ c) $75\ rv(2rv+1)$ d) $75rv(2r^2v+13+rv)$

6. m^2-n^2 a) $(m-n)\ (m+n)$ b) $(m+n)\ (m+n)$ c) $(m-n)(m-n)$ d) $(m+n)^2$

7. $4z^2 - 9w^2$ a) $(2z-3w)(2z-3w)$ b) $(2z-3w)(2z+3w)$ c) $(2z+3w)(2z+3w)$ d) $(2z+3w)^2$

8. $36r^2 - 25v^2$ a) $(6r+5v)(6r+5)$ b) $(6r-5v)(6r+5v)$ c) $(6r-5v)(6r-5)$ d) $(6r+5)^2$

9. $81g^2h^2 - 64$ a) $(9gh+8)(\ 9gh-8)$ b) $(9gh-8)(9gh-8)$ c) $(9gh+8)(9gh+8)$ d) $(9gh+8)^2$

10. $50x^2 - 2$ a) $(5x+1)(5x+1)$ b) $2(25x^2 +1)$ c) $2(5x-1)(5x+1)$ d) $(5x-1)(5x-1)$

الدرس [4-1] حلّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R

Solving Two-Step First Degree Equation with One Variable over R

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الجمعِ و الطرحِ :

1. $5x+ 20 = 4x -10$ a) $x = 10$ b) $x = 30$ c) $x = -10$ d) $x = -30$
2. $y +9 = 2y - 9$ a) $y = 0$ b) $y = 18$ c) $y = -18$ d) $y = 6$
3. $|-12|\, z = \sqrt[3]{-8} +13z$ a) $z = 2$ b) $z = 4$ c) $z = -2$ d) $z = -4$
4. $4n +3\sqrt{2} =3n -7\sqrt{2}$ a) $n = -4\sqrt{2}$ b) $n = -10\sqrt{2}$ c) $n = 4\sqrt{2}$ d) $n = 10\sqrt{2}$
5. $8t - 36 = 7t -36$ a) $t = 72$ b) $t = -72$ c) $t = -30$ d) $t = 0$
6. $\sqrt{64} - f = 16- 2f$ a) $f = -8$ b) $f = 8$ c) $f = -24$ d) $f = 24$
7. $\sqrt[3]{27}\, x+1= |-11|+2x$ a) $x = 12$ b) $x = -10$ c) $x =10$ d) $x = -12$

حلّ المعادلاتِ التاليةِ باستعمالِ الضربِ والقسمةِ :

8. $3z \div 7 = \frac{1}{3}$ a) $z = \frac{9}{7}$ b) $z = \frac{7}{9}$ c) $z = -\frac{7}{9}$ d) $z = -\frac{9}{7}$
9. $\sqrt[3]{27}\, x \div |-5| = 8$ a) $x = -\frac{40}{3}$ b) $x = \frac{3}{40}$ c) $x = \frac{40}{3}$ d) $x = -\frac{3}{40}$
10. $t - 6 = 6 - 4t$ a) $t = -\frac{5}{12}$ b) $t = \frac{5}{12}$ c) $t = -\frac{12}{5}$ d) $t = \frac{12}{5}$
11. $\sqrt{5}\, y \div 8= \sqrt{5} \div(-5)$ a) $y= -\frac{5}{8}$ b) $y = \frac{5}{8}$ c) $y = -\frac{8}{5}$ d) $y = \frac{8}{5}$
12. $\frac{\sqrt{7}\, m}{4} = -\frac{\sqrt{7}}{4}$ a) $m = -\frac{4}{7}$ b) $m = 1$ c) $m = \frac{4}{7}$ d) $m = -1$
13. $5 (k - 1)= \sqrt[3]{-125}$ a) $k = 0$ b) $k = -\frac{1}{5}$ c) $k = -1$ d) $k = \frac{1}{5}$
14. $|-6|\, h = 81\div (-3)$ a) $h = \frac{2}{9}$ b) $h = -\frac{9}{2}$ c) $h = -\frac{2}{9}$ d) $h = \frac{9}{2}$

الدرس [4-2] حلَّ معادلاتٍ من الدرجةِ الاولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطواتٍ متعدِّدةٍ في R

Solving Mlti-Step First Degree Equation with One Variable in R

اخترِ الإجابةَ الصحيحةَ لكلٍّ مما يأتي:

حل المعادلات التالية باستعمالِ خواصِّ الاعدادِ الحقيقيةِ:

1. $|-8|+x=12-2x$ a) $x=-\frac{3}{4}$ b) $x=-\frac{4}{3}$ c) $x=\frac{4}{3}$ d) $x=\frac{3}{4}$

2. $\frac{1}{6}(y+3^2)=\frac{1}{2}y+4$ a) $y=-\frac{2}{12}$ b) $y=-\frac{15}{2}$ c) $y=\frac{2}{12}$ d) $y=\frac{15}{2}$

3. $\sqrt{3}(z-1)=7\sqrt{3}$ a) $z=\frac{8}{\sqrt{3}}$ b) $z=-8$ c) $z=-\frac{8}{\sqrt{3}}$ d) $z=8$

4. $\sqrt{64}\,h=2(h-20)+6$ a) $h=-\frac{17}{3}$ b) $h=-\frac{3}{17}$ c) $h=\frac{17}{3}$ d) $h=\frac{3}{17}$

5. $8(n-7)=5(n-9)$ a) $n=-\frac{3}{11}$ b) $n=\frac{11}{3}$ c) $n=\frac{3}{11}$ d) $n=-\frac{11}{3}$

6. $\sqrt[3]{-125}\;x \div |-5| = 2\sqrt{7} \div 7$ a) $x=-\frac{2}{\sqrt{7}}$ b) $x=\frac{2}{7}$ c) $x=\frac{2}{\sqrt{7}}$ d) $x=-\frac{2}{7}$

7. $\frac{6y}{2+\sqrt[3]{-27}}=\frac{y}{3}$ a) $y=-\frac{1}{17}$ b) $y=0$ c) $y=\frac{1}{17}$ d) $y=17$

حلَّ المعادلاتِ الآتية :

8. $|z-12|=7$ a) $s=\{-19,-5\}$ b) $s=\{-19,5\}$ c) $s=\{19,-5\}$ d) $s=\{19,5\}$

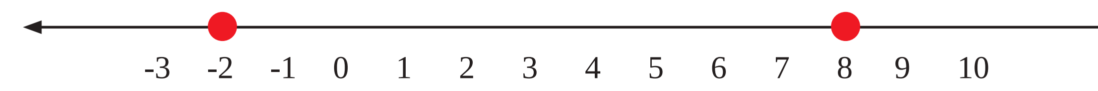
9. $|3y-20|=\sqrt{36}$ a) $s=\{\frac{26}{3},\frac{3}{14}\}$ b) $s=\{\frac{3}{26},\frac{14}{3}\}$ c) $s=\{\frac{26}{-3},\frac{14}{-3}\}$ d) $s=\{\frac{26}{3},\frac{14}{3}\}$

10. $|8t-15|=-15$ a) $s=\{5,0\}$ b) $s=\{5,-5\}$ c) $s=\{0,-5\}$ d) $y=\varnothing$

11. $|\frac{1}{5}k+12|=\sqrt[3]{27}$

a) $s=\{-45,75\}$ b) $s=\{-45,-75\}$ c) $s=\{45,-75\}$ d) $s=\{45,75\}$

12. اكتبْ معادلةَ القيمةَ المطلقةَ التي تمثيلُها البيانيُّ على مستقيمِ الأعدادِ هو:



a) $|x+4|=5$ b) $|x-4|=5$ c) $|x+3|=5$ d) $|x-3|=5$

الدرس [4-3] حل معادلاتٍ من الدرجة الثانية بمتغيرٍ واحدٍ في R

Solving Second Degree Equation with One Variable in R

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المعادلات التالية باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ :

1. $9y^2 = 1$ a) $s=\{\frac{1}{3},\frac{1}{-3}\}$ b) $s=\{\frac{1}{9},\frac{1}{-9}\}$ c) $s=\{\frac{1}{-3},\frac{1}{-9}\}$ d) $s=\{\frac{1}{3},\frac{1}{9}\}$

2. $21x^2 = 3$ a) $s=\{\frac{1}{7},\frac{1}{-7}\}$ b) $s=\{\frac{1}{\sqrt{7}},\frac{1}{7}\}$ c) $s=\{\frac{1}{\sqrt{7}},\frac{1}{-\sqrt{7}}\}$ d) $s=\{\frac{1}{-7},\frac{1}{\sqrt{7}}\}$

3. $\frac{1}{3}t^2 = 12$ a) $s=\{6,0\}$ b) $s=\{-6,0\}$ c) $s=\{2,-2\}$ d) $s=\{6,-6\}$

4. $8+h^2=32$

   a) $s=\{2\sqrt{6},-2\sqrt{3}\}$ b) $s=\{2\sqrt{6},-2\sqrt{6}\}$ c) $s=\{2\sqrt{3},-2\sqrt{3}\}$ d) $s=\{4\sqrt{6},3\sqrt{6}\}$

5. $n^2-\frac{2}{8}=\frac{3}{8}$

   a) $s=\{\sqrt{\frac{8}{5}},-\sqrt{\frac{8}{5}}\}$ b) $s=\{\sqrt{\frac{1}{8}},-\sqrt{\frac{1}{8}}\}$ c) $s=\{\sqrt{\frac{5}{8}},-\sqrt{\frac{5}{8}}\}$ d) $s=\{\sqrt{\frac{5}{8}},-\sqrt{\frac{8}{5}}\}$

حل المعادلات التالية باستعمالِ خاصية الضربِ الصفريِّ:

6. $(x-3)(x+1)=0$ a) $s=\{-3,-1\}$ b) $s=\{3,1\}$ c) $s=\{1,-3\}$ d) $s=\{3,-1\}$

7. $(5t-7)(t+9)=0$ a) $s=\{\frac{7}{5},\frac{1}{9}\}$ b) $s=\{\frac{5}{7},\frac{1}{9}\}$ c) $s=\{\frac{7}{5},-9\}$ d) $s=\{\frac{-7}{5},9\}$

8. $x^2-x=0$ a) $s=\{0,-1\}$ b) $s=\{1,1\}$ c) $s=\{1,-1\}$ d) $s=\{0,1\}$

9. $6z^2-36z=0$ a) $s=\{0,6\}$ b) $s=\{0,-6\}$ c) $s=\{6,-6\}$ d) $s=\{6,-1\}$

10. $\sqrt{12}v^2-2v=0$ a) $s=\{0,\frac{1}{\sqrt{6}}\}$ b) $s=\{0,-\frac{1}{\sqrt{6}}\}$ c) $s=\{0,\frac{1}{\sqrt{3}}\}$ d) $s=\{0,-\frac{1}{\sqrt{3}}\}$

11. $\frac{1}{5}r-\frac{1}{\sqrt{5}}r^2=0$ a) $s=\{0,\frac{1}{5}\}$ b) $s=\{0,\frac{-1}{\sqrt{5}}\}$ c) $s=\{0,\frac{-1}{5}\}$ d) $s=\{0,\frac{1}{\sqrt{5}}\}$

12. $(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{2})=0$

    a) $s=\{\sqrt{3},\sqrt{2}\}$ b) $s=\{-\sqrt{3},\sqrt{2}\}$ c) $s=\{\sqrt{3},-\sqrt{2}\}$ d) $s=\{-\sqrt{3},-\sqrt{2}\}$

الدرس [4-4] حلّ المتبايناتِ الجبريةِ ذات الخطوتين في R

Solving Two-step Algebraic Inequalities in R

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمالِ خواص الجمعِ والطرحِ :

1. $4(x-\sqrt{3}) < 3x+\sqrt{3}$
   a) $s=\{x \in R, x< 5\sqrt{3}\}$ b) $s=\{x \in R, x>5\sqrt{3}\}$
   c) $s=\{x \in R, x\leq 5\sqrt{3}\}$ d) $s=\{x \in R, x\geq 5\sqrt{3}\}$

2. $3y- \sqrt[3]{8} \geq 4y+ \sqrt[3]{-27}$ a) $y \leq -1$ b) $y \geq -1$ c) $y \geq 1$ d) $y \leq 1$

3. $4(\frac{1}{4}z+\frac{5}{14}) < 0$ a) $z < -\frac{10}{7}$ b) $z < \frac{10}{7}$ c) $z > \frac{10}{7}$ d) $z < -\frac{10}{7}$

4. $11(v-1) > 10(v-2)$
   a) $s=\{v \in R, v< -9\}$ b) $s=\{v \in R, v> -9\}$
   c) $s=\{v \in R, v\leq -9\}$ d) $s=\{v \in R, v\geq -9\}$

حل المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ الضربِ والقسمةِ :

5. $\frac{4h}{6} \geq \frac{-8}{21}$
   a) $s=\{h:h\in R, h\leq \frac{4}{7}\}$ b) $s=\{h:h\in R, h\leq -\frac{4}{7}\}$
   c) $s=\{h:h\in R, h\geq -\frac{4}{7}\}$ d) $s=\{h:h\in R, h\geq \frac{4}{7}\}$

6. $\frac{\sqrt{3}x}{5} < \frac{-6}{7}$ a) $x > \frac{10\sqrt{3}}{7}$ b) $x \leq \frac{-10\sqrt{3}}{7}$ c) $x \geq \frac{-10\sqrt{3}}{7}$ d) $x < \frac{-10\sqrt{3}}{7}$

7. $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sqrt{2}n}{9}$ a) $n \leq \frac{9}{2}$ b) $n \geq \frac{9}{2}$ c) $n \geq \frac{-9}{2}$ d) $n \leq \frac{-9}{2}$

حل المتبايناتِ التاليةِ في R باستعمالِ خواصّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ :

8. $5y+\sqrt[3]{-27} > 3y-\sqrt[3]{8}$ a) $y \leq \frac{1}{2}$ b) $y \leq \frac{-1}{2}$ c) $y \geq \frac{-1}{2}$ d) $y > \frac{1}{2}$

9. $4(\frac{1}{7}-\frac{3}{12}z) \leq 0$ a) $z \geq \frac{-4}{7}$ b) $z \leq \frac{7}{4}$ c) $z \leq \frac{4}{7}$ d) $z \geq \frac{4}{7}$

10. $\frac{3k}{2} - \frac{1}{3} \geq \frac{2}{3} - 1$ a) $k \geq \frac{2}{3}$ b) $k \geq 0$ c) $k \leq \frac{2}{3}$ d) $k \leq 0$

11. $\frac{1}{5}(11x+20) < 2$ a) $x > \frac{-10}{11}$ b) $x > \frac{10}{11}$ c) $x < \frac{-10}{11}$ d) $x < \frac{10}{11}$

Mutiple Choice



الدرس [4-5] حلَّ المتبايناتِ الجبريةِ متعدِّدةَ الخطواتِ في R

Solving Multi-step Algebraic Inequalities in R

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المتباينات التالية في R باستعمالِ خواصِّ المتبايناتِ على الأعدادِ الحقيقيةِ :

1. $5(y+1) \geq 8-\sqrt[3]{-125}$

   a) $s=\{y: y \in R,\ y \leq -\frac{5}{8}\}$ b) $s=\{y: y \in R,\ y \leq \frac{8}{5}\}$

   c) $s=\{y: y \in R,\ y \geq \frac{5}{8}\}$ d) $s=\{y: y \in R,\ y \geq \frac{8}{5}\}$

2. $\frac{1}{2}(x-\frac{4}{3})+\frac{1}{6}x<-\frac{2}{3}$

   a) $x<\frac{4}{3}$ b) $x>0$ c) $x<0$ d) $x>\frac{-4}{3}$

3. $\frac{z}{6} \leq 4(\frac{1}{\sqrt{9}}-\frac{1}{3}z)$

   a) $z \leq -4$ b) $z \geq -4$ c) $z \geq 4$ d) $z \leq \frac{8}{9}$

4. $2(v-4\sqrt{5})>5(v-\sqrt{5})$

   a) $v<-\sqrt{5}$ b) $v>\sqrt{5}$ c) $v>-\sqrt{5}$ d) $v<\sqrt{5}$

5. $\frac{3}{2}n-\sqrt[3]{-8}-\frac{1}{4}n \leq |-5|$

   a) $n<\frac{12}{5}$ b) $n \leq \frac{12}{5}$ c) $n \leq \frac{-12}{5}$ d) $n<\frac{-12}{5}$

6. $12h-\sqrt[3]{125}>6(h+1)$

   a) $h>\frac{6}{11}$ b) $h<\frac{11}{6}$ c) $h>\frac{11}{6}$ d) $h<\frac{6}{11}$

7. $\frac{-7}{8}(\frac{8}{14}x+\frac{1}{\sqrt{7}}) \geq 0$

   a) $x \leq \frac{4}{\sqrt{7}}$ b) $x \leq \frac{\sqrt{7}}{4}$ c) $x \geq \frac{4}{\sqrt{7}}$ d) $x \leq \frac{-\sqrt{7}}{4}$

8. $11(2-y)<4(5+y)$

   a) $y>\frac{15}{2}$ b) $y<\frac{2}{15}$ c) $y>\frac{-2}{15}$ d) $y>\frac{2}{15}$

9. $\frac{1}{5}(z-\sqrt{3}) \geq \frac{1}{5}(\sqrt{3}-z)$

   a) $z \geq \sqrt{3}$ b) $z \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$ c) $z \leq \sqrt{3}$ d) $z \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$

10. $\frac{t}{2}-\frac{1}{7}<\frac{t}{14}+\frac{5}{14}$

    a) $t>\frac{6}{7}$ b) $t<\frac{7}{6}$ c) $t<\frac{6}{7}$ d) $t>\frac{7}{6}$

11. $\frac{12}{\sqrt[3]{-27}}-2r>\frac{1}{3}-r$

    a) $r>\frac{13}{3}$ b) $r<-\frac{13}{3}$ c) $r<\frac{3}{13}$ d) $r>-\frac{3}{13}$

12. $\frac{1}{12}(m+9) \geq \frac{1}{2}(\sqrt{6}-m)$

    a) $s=\{m \in R,\ m \geq \frac{6\sqrt{6}-7}{9}\}$ b) $s=\{m \in R,\ m \geq \frac{9-6\sqrt{6}}{7}\}$

    c) $s=\{m \in R,\ m \geq \frac{7-6\sqrt{6}}{9}\}$ d) $s=\{m \in R,\ m \geq \frac{6\sqrt{6}-9}{7}\}$

Content

المحتويات